Das asynchrone Drehmoment polunterbrochener Käfigwicklungen

Von der
Technischen Hochschule zu Breslau
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs
genehmigte

Dissertation

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Karl Dokupil
aus Berlin-Charlottenburg

Referent:
Professor Dr.-Ing. Gg. Hilpert

Korreferent:
Privatdozent Dr.-Ing. Joh. Schammel

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Juli 1931

Universitätsverlag von Robert Noske in Borna-Leipzig
1931

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Inhalt.

Seite

Einleitung.

a) Anordnung von polunterbrochenen Käfigwicklungen 1
b) Das Drehmoment eines Vollkäfigläufers 2
c) Voraussetzungen bzw. Einschränkungen, die den folgenden Untersuchungen zugrunde liegen 3
d) Das induzierende Drehfeld in einer Maschine mit polunterbrochenem Käfig und ausgeprägten Polen 4

I. Teil.

a) Bestimmung der Momenten- und Spannungsfaktoren eines polunterbrochenen Käfigs in einem konstanten örtlich sinusförmig verteilten Drehfeld 9
b) Widerstand und Reaktanz eines polunterbrochenen Käfigs 18
c) Bestimmung des Drehmoments für einen polunterbrochenen Käfig . 26

II. Teil.

Die Oberfelder des Käfiggrundstromes 33
a) Bestimmung der zum Grunddrehfeld gleichläufigen und inversen Käfigamperewindungen und ihrer Felder 33
b) Berechnung des Drehmomentes der von den Käfigoberfeldern induzierten Netzwicklungsströme unter Berücksichtigung des induzierenden Grunddrehfeldes 46
Drehmomentkurven eines asynchronen Motors für einen Käfig verschiedener Polbedeckung 48
c) Einfluß des elliptischen Drehfeldes auf die Käfigoberfelder und die von ihnen ausgeübten Drehmomente 47

III. Teil.

a) Der aufgenommene Anlaufstrom 49
b) Berechnung des Magnetisierungsstromes und der gesamte aufgenommene Zuleitungsstrom 52
c) Zusammenfassung der Ergebnisse der Untersuchungen 57

IV. Teil.

Rechnungsbeispiel 59
Gang der Berechnung eines Anlaufkäfigs für einen Einankerumformer 59
a) Bestimmung der notwendigen Anlaufspannung 60
b) Drehmomentverlauf 61
c) Die Käfigoberfelder und ihr Drehmoment 63
d) Anlaufströme 66
e) Zusammenstellung der Rechnungs- und Meßwerte 69

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548224_0024

Einleitung.

a) In vorliegender Arbeit werden die asynchronen Drehmomente von Käfigen untersucht, wie sie in Synchronmaschinen und Einankerumformern zum asynchronen Anlauf Verwendung finden. Bild 1 zeigt bekannte Anordnungen dieser Käfigwicklungen.

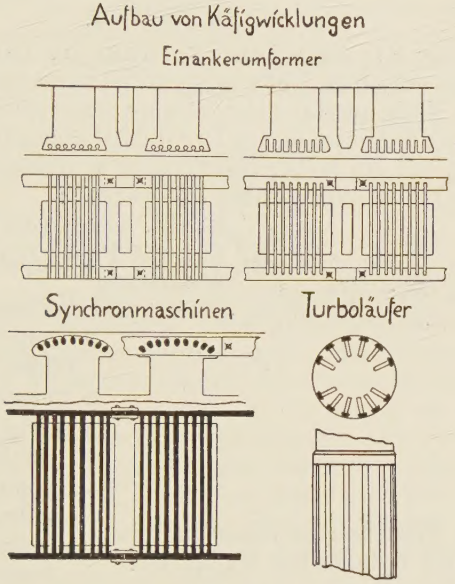


Bild 1.

Die Stäbe der Wicklung, die entweder als Rundstäbe, Wirbelstromstäbe oder in anderen zweckmäßigen Profilen ausgeführt sind, werden durch einen Kurzschlußring auf beiden Seiten miteinander verbunden. Die Teile des Ringes, welche die Stäbe untereinander unmittelbar verbinden, nennen wir die Ringsegmente, die Teile, welche die Polteile miteinander verbinden, sollen Bügel oder Lasche genannt werden. Bei Turboläufern sind die Stäbe meist Metallkeile, die die Nuten der Erregerwicklung verschließen. Der Kurzschlußring ist meist ein Teil der die Erregerwicklungsköpfe schützenden Kappe.

Diese Art von Käfigen nennen wir im Gegensatz zu Vollkäfigen normaler Asynchronmotore polunterbrochene Käfige.

b) Das Drehmoment einer asynchronen Maschine läßt sich aus der Beziehung ermitteln:

$$N_1 - N_2 = \frac{M_d}{0{,}975}(n - n_2) \quad (1)$$

$$M_d = \frac{N_1 - N_2}{n \cdot \sigma} \cdot 0{,}975 \text{ mkg} \quad (2)$$

M_d Drehmoment
N_1 an den Läufer (Käfig) abgegebene Leistung
N_2 mech. abgegebene Leistung
n synchr. Tourenzahl
$n_2 = n(1 - \sigma)$ mech. Tourenzahl
σ Schlupf.

$N_1 - N_2$ ist der Stromwärmeverlust im Läufer (Käfig) in Watt; d. h. das auf einen Käfig ausgeübte Drehmoment ist proportional dem im Käfig entstehenden Stromwärmeverlust und indirekt proportional der Tourenzahl des Drehfeldes gegenüber dem Käfig.

Für einen auf ein Mehrphasensystem m reduzierten Vollkäfig kann man das Drehmoment daher ausdrücken:

$$M_d = \frac{J_2'^2 \cdot R_2' \cdot m_1 \cdot 0{,}975}{n \cdot \sigma} \quad (3)$$

J_2' Effekt. Käfigstrom der Ersatzph.
R_2' auf eine Phase reduzierter Käfigwiderstand
m_1 Phasenzahl des Bezugssystems

$$n = \frac{f \cdot 60}{p}$$

f Frequenz des Grundfeldes
p Polpaarzahl

Der effektive Phasenstrom eines auf ein m-Phasensystem reduzierten Käfigs ist:

$$J_2' = \frac{U}{\sqrt{(x_1 + C_1 x_2')^2 + \left(R_1 + C_1 \frac{R_2'}{\sigma}\right)^2}} \quad (4)$$

oder mit Vernachlässigung des durch den Magnetisierungsstrom verursachten Spannungsabfalls:

$$J_2' = \frac{U}{\sqrt{(x_1 + x_2')^2 + \left(R_1 + \frac{R_2'}{\sigma}\right)^2}} \quad (5)$$

Arnold V, Kap. 4—13
U effektive Phasenspannung (Klemmenspannung)
x_1 Netzwicklungsreaktanz ein. Phase
x_2' auf Ersatzphase red. Käfigreaktanz
R_2' auf Ersatzphase red. Käfigwiderstand
R_1 Phasenwiderstand der Netzwicklung
σ Schlupf
EMK_0 induz. Phasenspannung allein bei Aufnahme des Magnetisierungsstrom.

$$C_1 = \frac{U}{EMK_0}.$$

Unter Verwendung der vorhergehenden Beziehungen ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} M_d &= \frac{U^2}{(x_1+x_2')^2+\left(R_1+\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2}\cdot\frac{m_1 R_2'\cdot 0{,}975}{n\cdot\sigma}\ \text{mkg} \\ &= \frac{U^2}{z^2\cdot\sigma}\cdot\frac{m_1\cdot R_2'\cdot 0{,}975}{n}\ \text{mkg}. \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

In vorliegender Arbeit soll eine entsprechende für polunterbrochene Käfige geltende Beziehung aufgestellt werden.

c) Ehe wir die Drehmomentverhältnisse bei einem polunterbrochenen Käfig näher untersuchen, machen wir einige die späteren Untersuchungen vereinfachende Voraussetzungen und stellen über das induzierende Feld der Maschine einige Überlegungen an.

Es soll die zugeführte Spannung (Klemmenspannung U) oberwellenfrei, also rein sinusförmig angenommen werden. Ferner sollen Oberwellen, die durch Anordnung der Mehrphasenwicklung und Nutung entstehen, nicht berücksichtigt werden, weil ihr Einfluß auf das Drehmoment bei Vollkäfigmaschinen hinreichend bekannt ist und ihre Einwirkung auf den asynchronen Anlauf bei polunterbrochenen Maschinen qualitativ ähnlich sein wird. Auch kann man durch geeignete Maßnahmen diese parasitären Felder beseitigen bzw. ihre unangenehme Wirksamkeit entsprechend herabsetzen. Weiter werden Verzerrungen der induzierten EMK, die bei Bewegung zwischen Netzwicklung und Polsystem die Änderung der Phasenreaktanz verursacht, vernachlässigt. Die Verzerrungen des aufgenommenen Phasenstromes und damit der EMK werden erst im Gebiet sehr geringen Schlupfes relativ groß, wo aber der aufgenommene Strom bereits klein ist, weshalb die von den Stromverzerrungen herrührenden Oberwellen der EMK gering sein werden. Von derartigen Oberwellen können in 3- und 3 n-Phasenmaschinen auch nur die Ordnungszahlen 5—7—11 . . . wirksam werden. Die Bremswirkung von inversen Oberfeldern dieser Art kann aber oberhalb ihres Synchronismuspunktes, der ja im Gebiet großen Schlupfes liegt, nur verschwindend gering sein. Bei Stillstand treten Verzerrungen im Belastungsstrom überhaupt nicht auf, weil die Phasenimpedanzen je nach Lage zum Käfig und zur Pollücke zwar unterschiedlich sind, aber während eines elektrischen Feldumlaufes konstant bleiben. Wie später zwei Oszillogramme, die an einem Einankerumformer aufgenommen sind, zeigen, treten wirklich keine nennenswerten Stromverzerrungen auf, selbst bei einem Schlupf von 64 % ist von einer Verzerrung praktisch noch nichts zu merken.

Auch von Oberwellen, welche in der EMK-Kurve durch Sättigungseinflüsse entstehen können, wollen wir absehen. Außerdem nehmen wir den magnetischen Kreis aus lamellierten Blechen bestehend an bzw. sollen doch wenigstens die Polschuhe lamelliert sein, so daß das den Käfig induzierende Feld durch Wirbelströme die im massiven Eisen entstehen, nicht unmittelbar beeinflußt wird. Tatsächlich führt man ja auch zweckmäßigerweise Maschinen für schwereren asynchronen Anlauf so aus.

d) Unter diesen Voraussetzungen soll das Luftspaltfeld (induz. Feld) einer mehrphasigen (bzw. 3-Phasenmaschine) mit ausgeprägten Polen und polunterbrochenem Käfig während des asynchronen Anlaufs untersucht werden, um festzustellen, ob noch Oberwellen vom magnetisierenden Feld auftreten, bzw. wie weit dieselben das Drehmoment beeinflussen können.

Bei Stillstand des Polsystems werden die Amplituden der Phasenströme infolge verschiedener Leitfähigkeit der magnetischen Rückschlüsse der einzelnen Phasen und auch durch verschiedene Belastungsströme infolge des unterbrochenen Käfigs unterschiedlich sein. Dadurch werden verschiedene Spannungsabfälle in den Phasen verursacht. Das Spannungsdreieck der induzierten EMK ist daher im Gegensatz zu dem der zugeführten Spannung verzerrt. Dieses verzerrte Spannungssystem denken wir uns in ein rechtsläufiges und linksläufiges symmetrisches System zerlegt. Die symmetrischen EMK-Systeme werden dann von reinen Drehfeldern und diese von sinusförmigen Amperewindungen hervorgerufen. Wir untersuchen zunächst das vom rechtsläufigen Spannungssystem herrührende induzierende Feld. Die Feststellungen, die wir für dieses rechtsläufige System machen, haben qualitativ für das linksläufige ebenfalls Geltung.

Den mit konstanter Drehfeldgeschwindigkeit umlaufenden sinusförmigen Amperewindungsbelag denken wir uns in zwei in der Polachse I und der Pollücke II feststehende und 90 Grad phasenverschoben schwingende sinusförmige AW-Beläge zerlegt (Bild 2). Diese AW-Beläge schwingen in den Polachsen bei Stillstand mit der Grundfrequenz bei Bewegung zwischen Polsystem und Netzwicklung in bezug auf das Polsystem mit der entsprechenden Schlupffrequenz. Das in Achse I und II von den magnetisierenden AW-Belägen herrührende Luftspaltfeld hat infolge der Inkonstanz des magnetischen Leitwertes innerhalb einer Polteilung nicht mehr Sinuscharakter. Bei sättigungslosem Zustand läßt sich das Feld annähernd durch die in nebenstehender Figur schraffierte Fläche darstellen. Wir untersuchen vorläufig lediglich qualitativ, was von

diesen deformierten Sinusfeldern zur Induzierung der EMK des symmetrischen Spannungssystems beiträgt.

Die in Achse I und II stehenden Felder lassen sich in sinusförmige Felder der Ordnungszahlen 1, 3, 5, 7 ... n auflösen (siehe Abschnitt III Gl. 83/84). Die Felder gleicher Ordnungszahl können wieder zu reinen rechts- und linksläufigen Drehfeldern zusammen-

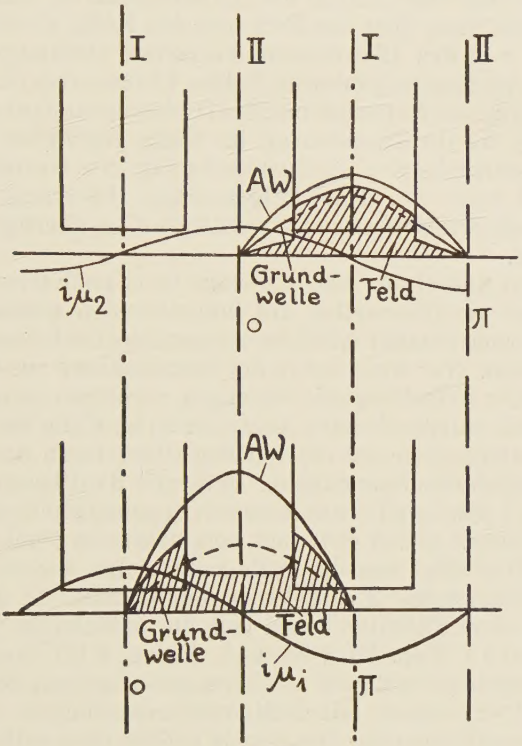


Bild 2.

gesetzt werden. Das Feld erster Ordnung des rechtsläufigen EMK-Systems besitzt in Achse I und II durch entsprechende Änderung des magnetisierenden Strombelages (wodurch das linksläufige EMK-System mit verursacht wird) gleiche Amplitude und induziert das rechtsläufige Spannungssystem fast nur allein. Die Oberfelder höherer Ordnungszahl verhalten sich in ihrer Geschwindigkeit zur Netzwicklung wie die vom Rotorgrundstrom (Käfiggrundstrom) hervorgerufenen Oberfelder (Kurvenblatt 11 gilt auch für diese

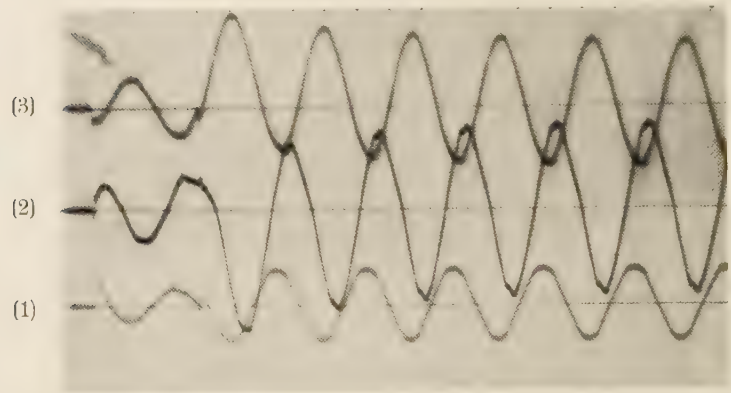
Oberfelder des induzierenden Feldes); d. h. bei Stillstand wird von ihnen in der Netz- und Käfigwicklung die Netzfrequenz induziert, bei Bewegung dagegen besitzt die von den Oberfeldern induzierte EMK eine von der zugeführten Spannung (Netzspannung) abweichende Periodenzahl. Es tragen daher bei Bewegung zwischen Netzwicklung und Käfig die Oberwellen des magnetisierenden Feldes zur Induzierung der EMK der Grundspannung nicht bei. Sie schließen sich dann über das Netz und den Käfig gleichzeitig kurz (abgesehen von den Oberfeldern $3n$-facher Ordnungszahl). Die Oberfelder des magnetisierenden Feldes können also bei Bewegung zwischen Käfig und Netzwicklung das Drehmoment nur unwesentlich beeinflussen, da ihr Strombetrag im Käfig gegenüber dem Drehmoment verursachenden Käfigstrombetrag des Grundfeldes verschwindend klein ist. Eine zahlenmäßige Rechnung des Drehmomentanteils dieser Oberwellen bestätigte diese überlegungsmäßige Behauptung.

Für den Anlauf aus dem Stillstand ist es noch wesentlich, festzustellen, ob die Oberwellen des induzierenden Feldes vielleicht hier auf das vom Grunddrehfeld hervorgerufene Drehmoment wesentlich einwirken. Nur wenn sie in der Netzwicklung zur Induzierung der EMK der Grundfrequenz beitragen, vermögen sie einen diesem EMK-Anteil entsprechenden Anlaufstrom im Käfig hervorzurufen.

Wir untersuchen erst die von den Oberfeldern der Ordnungszahl $3n$ induzierten Spannungen. In 3- und $3n$-Phasenwicklungen (n hier 2, 3, 4 usw.) sind die induzierten Spannungen in allen Phasen in jedem Moment gleich groß und vom neutralen Punkt aus gleich gerichtet. Dies folgt aus der Aufeinanderfolge der $3np$-Polpaare des Drehfeldsystems $3n$-facher Ordnungszahl. D. h. in einem $\curlywedge$-System ohne Nulleiter heben sich die induzierten Spannungen auf (Arnold I Kap. 16 § 88 und Arnold III Kap. 1—4). In $\triangle$-Wicklungen und in diesen analogen mehrphasigen Ringsystemen, sowie in $\curlywedge$-Systemen mit Nullpunktverbindungen entsteht ein innerer Kurzschlußstrom. Die relativ großen Oberwellen 3 ter Ordnung des magnetisierenden Feldes bei Maschinen mit ausgeprägten Polen beeinflussen daher das Drehmoment des Grundfeldes nicht unmittelbar und können sowohl bei Stillstand, als auch im Verlauf des Anlaufvorganges vernachlässigt werden. Alle übrigen gegenüber dem Grunddrehfeld inversen (entgegengesetzt drehenden) Oberfelder induzieren eine dem Spannungssystem der Grundwelle entgegengesetzt läufiges System und schließen sich auch im Stillstand über das Netz kurz, bzw. induzieren sie ein vorhandenes durch die Käfigunterbrechung und die Pollücke verursachtes linksläufiges

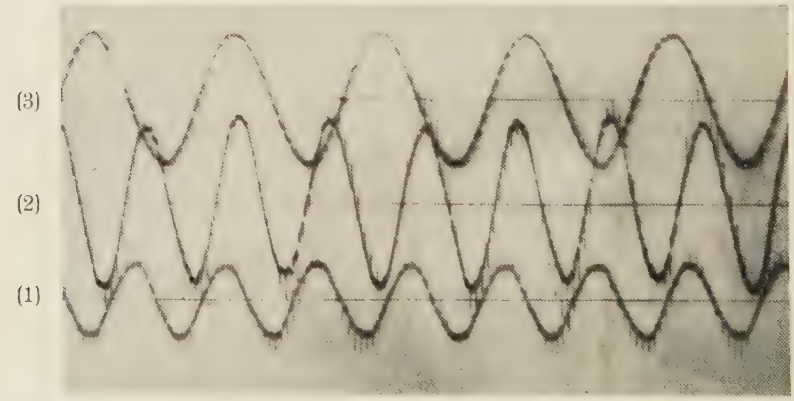
Bild 3. Stillstand zwischen Netzwicklung und Käfig.

1. Zugeführte Klemmenspannung.
2. Aufgenommener Schleifringstrom.
3. Vom Drehfeld in der Erregerwicklung induzierte Spannung.



Die zugeführte Spannung ist praktisch sinusförmig, der aufgenommene Strom praktisch unverzerrt. Die EMK ist daher oberwellenfrei, wie auch die vom Drehfeld an der Erregerwicklung induzierte Spannung beweist.

Bild 4. Bewegung zwischen Polsystem und Netzwicklung. Schlupf 63,5%. Reihenfolge der Kurven wie bei Bild 3.



Auch bei Bewegung und noch einem Schlupf von ca. 64% bleibt der aufgenommene Strom praktisch unverzerrt, die induzierte Spannung oberwellenfrei. Die Spitzen in der Strom- und Spannungskurve rühren von den Lamellenkurzschlüssen, die die Kommutatorbürsten bilden, her. Diese Oberwellen des Stromes können hier nicht als Oberwellen des Drehstromfeldes angesehen werden, weil sie ja nicht von der Polunterbrechung bzw. Käfigunterbrechung stammen. Bei Synchronmaschinen treten diese überlagerten Stromfrequenzen nicht auf.

System der Grundwelle mit. Nur die mit dem Grundfeld gleichsinnig drehenden Oberfelder verkleinern (wenn sie gegenüber dem Grundfeld oppophas sind) bzw. vergrößern (wenn sie mit dem Grundfeld conphas sind) das vom Grundfeld induzierte EMK-System etwas. Da aber einerseits die Amplituden dieser Oberfelder höherer Ordnungszahl als 3 gegenüber der Grundfeldamplitude gering sind, andererseits auch ihr wirksames Feld nur den n-ten Teil der Polteilung des Grundfeldes umfaßt, ist die von ihnen induzierte EMK gegenüber der Grundfeld-EMK verschwindend gering. Das von der EMK quadratisch abhängige Drehmoment, das diese Oberfelder im Stillstand der Maschine verursachen können, ist gegenüber dem vom Grundfeld ausgeübten Drehmoment deshalb erst recht vernachlässigbar klein. In den weiteren Untersuchungen wird daher auch der Einfluß der Oberwellen des induzierenden Feldes sowohl bei Stillstand als auch bei Bewegung, wo sich die Oberwellen über das Netz kurzschließen und abgedämpft werden, also sowieso kein Drehmoment verursachen können, vernachlässigt.

Zwei Oszillogramme (Bild 3 und 4) aus dem asynchronen Anlaufvorgang eines Einankerumformers lassen die Feldverhältnisse bei Maschinen mit ausgeprägten Polen und polunterbrochenem Käfig erkennen. Sie bestätigen die vorhergehenden Überlegungen über die Oberwellen des induzierenden Feldes. Das zweite Oszillogramm zeigt auch noch, daß selbst bei der beträchtlichen Tourenzahl von 36 v.H. noch keine Verzerrung des aufgenommenen Stromes stattfindet und demzufolge auch die EMK keine wesentlichen Oberfelder aufweist.

Nach diesen Überlegungen betrachten wir die Verhältnisse nur vom induzierenden Drehfeld der Grundwelle aus, das wir uns aus zwei in Polachse und Pollücke feststehenden schwingenden Sinusfeldern erster Ordnung bestehend denken (siehe auch Bild 12, 13, 14). Infolge ungleicher Stromaufnahme der Netzwicklung bei Stellung des Feldes in der Polmitte bzw. Pollücke ist das Drehfeld während eines elektrischen Umlaufes nicht konstant. Wenn das Drehfeld in der Polmitte steht, wird der kleinste Magnetisierungsstrom bei Maschinen mit ausgeprägten Polen aufgenommen, und wie wir später sehen werden, ist der aufgenommene Käfigstrom in diesem Augenblick bei großer Phasenverschiebung auch ein Minimum. Es tritt daher in der Netzwicklung zur selben Zeit der kleinste Spannungsabfall auf. Die Amplitude des Luftspaltfeldes, welches in der Polmitte schwingt, ist daher größer als die des in der Pollücke schwingenden Feldes. Ist nämlich das Pollückenfeld ein Maximum, so nimmt die Maschine den größten Magnetisierungsstrom auf, und

auch der Käfigstrom ist nahezu im Maximum. Durch den jetzt auftretenden größeren Spannungsabfall in der Netzwicklung ist im selben Augenblick auch das induzierende Feld kleiner als 90 elektrische Grade vorher. Das Drehfeld im Luftspalt einer Maschine mit unterbrochenem Käfig ist also während eines elektrischen Feldumlaufes nicht konstant. In erster Annäherung wird es durch ein elliptisches Drehfeld dargestellt, dessen große Halbachse a in der Polmitte und dessen kleine Halbachse b in der Pollücke liegt. Das elliptische Drehfeld bleibt auch bei Bewegung der Pole bestehen, nur ändert sich die Frequenz, mit welcher die Felder in den beiden Achsen schwingen, proportional dem der Tourenzahl entsprechenden Schlupf.

Wir haben aus den eben angestellten Überlegungen gesehen, daß unter Annahme der anfangs erwähnten Voraussetzungen auch bei Maschinen mit ausgeprägten Polen und unterbrochenem Käfig das induzierende Luftspaltfeld höchstens im Stillstand Oberwellen von der Ordnungszahl 5 aufwärts aufweist, die wir aber praktisch vernachlässigen können. Bei Bewegung schließen sich die von den Oberwellen des induzierenden Feldes induzierten Spannungen im Netz kurz und tragen zur Induzierung der EMK der Grundspannung nicht bei. In erster Annäherung tritt daher nur ein der Grundfrequenz der zugeführten Spannung entsprechendes Drehfeld auf, das aber in bezug auf das Käfigsystem infolge des variablen Käfigimpedanzwertes ein elliptisches ist.

I. Teil.

a) Das Drehmoment eines idealisierten polunterbrochenen Käfigs in einem Drehfeld konstanter Amplitude.

Zur Ermittlung des Drehmoments polunterbrochener Käfige soll zunächst von einem mit Vollkäfig versehenen Asynchronmotor ausgegangen werden. Die Kurzschlußringe des Käfigs sollen reaktanz- und widerstandslos sein. Das infolge der an der Maschine liegenden Spannung entstehende Drehfeld induziert im Käfig sinusförmige Spannungen und Ströme. Von einem Stab wird ein Drehmoment ausgeübt, welches entsprechend der in der Einleitung angegebenen Beziehung (3) $J^2 \cdot R$ proportional ist, wenn J den Stabstrom und R den Stabwiderstand bezeichnet. Das gesamte auf einen Vollkäfig im Bereich 0 bis π ausgeübte Drehmoment ist dann:

$$M_d = C \cdot \int_0^{\pi} J^2 \cdot \sin^2 \alpha \, d\alpha \tag{7}$$

wenn man vorläufig widerstands- und reaktanzlose Ringe voraussetzt. Nennen wir die induzierte Stabspannung e und die für alle Stäbe gleiche Stabimpedanz $\sqrt{x^2 + R^2} = z_{st}$, so ist das Drehmoment auch gegeben durch:

$$M_d = C \int_0^{\pi} \left(\frac{e}{z_{st}}\right)^2 \cdot \sin^2 (\alpha - \psi) \, d\alpha \tag{8}$$

oder nach Einführung der die Stabspannung e induzierenden Luftinduktion $\mathfrak{B}$:

$$M_d = C' \int_0^{\pi} \mathfrak{B}^2 \cdot \sin^2 (\alpha - \psi) \, d\alpha \,. \tag{9}$$

Hierbei berücksichtigt ψ die zeitliche Verschiebung zwischen Spannung und Strom durch die Stabreaktanz. Für einen Vollkäfig ist

$$M_d = C' \cdot \mathfrak{B}^2 \left(\cos^2 \psi \, \frac{1}{2} \pi + \sin^2 \psi \, \frac{1}{2} \pi\right) = C' \, \mathfrak{B}^2 \cdot \frac{\pi}{2} \,. \tag{10}$$

Schneiden wir aus dem Vollkäfig einige 180 elektrische Grade auseinanderliegende Stäbe heraus, so erhalten wir einen symmetrischen

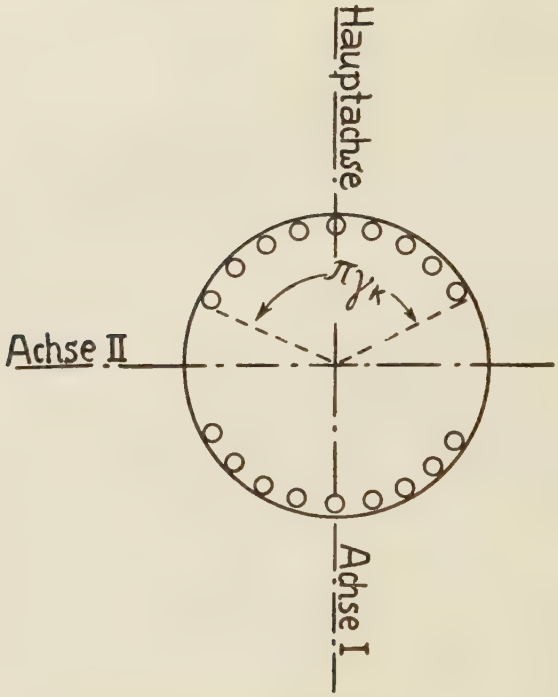


Bild 5.

polunterbrochenen Käfig (Bild 5). Die durch die Stabbelagsmitte gehende Achse soll mit Käfighauptachse (Achse I) bezeichnet werden. Die durch die Käfiglücke gehende Achse nennen wir Achse II. Die beim Vollkäfig auf eine volle Polteilung sich erstreckende Bedeckung der Stäbe ist durch den Fortfall der in der Pollücke gelegenen Stäbe auf die Käfigbedeckung γ_k verkleinert worden.

Mit γ_k wird demnach das Verhältnis Käfigbedeckung: Polteilung bezeichnet.

Einen solchen polunterbrochenen Käfig denken wir uns durch Herausschneiden von Stäben aus dem Vollkäfig entstanden und von demselben konstanten Drehfeld wie der Vollkäfig induziert. Für einen solchen polunterbrochenen Käfig ist das Drehmoment wie beim Vollkäfig proportional dem Quadrat der über dem Käfig befindlichen

Luftinduktion. Weil im Gegensatz zum Vollkäfig aber bei zwei um 90° verschobenen Feldstellungen der polunterbrochene Käfig in Feldern verschiedener Induktion liegt, muß man die jeweilige Lage des Feldes gegenüber der Käfighauptachse festlegen. Zu diesem Zwecke nennen wir den veränderlichen Winkel, den die Amplitude des Drehfeldes mit der Hauptachse bildet ζ'.

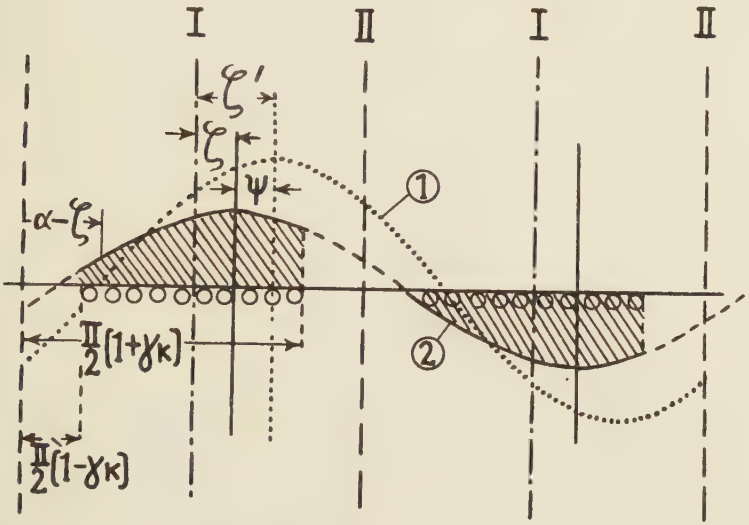


Bild 6.

(1) Grundwelle des induz. Drehfeldes. $B \max \cdot \sin(\alpha - \zeta')$
(2) induzierter Strombelag $J \max \cdot \sin(\alpha - \zeta)$ proportional $B \sin(\alpha - \zeta' + \psi)$
ψ Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Das Drehmoment des polunterbrochenen Käfigs ist dann gegeben durch:

$$M_d = C' \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_\varkappa)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_\varkappa)} \mathfrak{B}^2 \cdot \sin^2\{\alpha - (\zeta' - \psi)\} d\alpha . \qquad (11)$$

Zur Vereinfachung setzen wir für $\zeta' - \psi = \zeta$. Der Winkel ζ gibt also die Stellung des induzierten Strommaximums gegenüber der Käfighauptachse an, was für spätere Überlegungen einzuführen zweckmäßig sein wird.

$$M_d = C' \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \mathfrak{B}^2 \cdot \sin^2(\alpha - \zeta)\, d\alpha. \tag{12}$$

Die Lösung des Integrals ist:

$$\left.\begin{aligned} M_d = C' \cdot \mathfrak{B}^2 \Bigg(& \cos^2\zeta \left[\frac{1}{2}\pi\gamma_x + \frac{1}{2}\sin\pi\gamma_x\right] + \\ & + \sin^2\zeta \left[\frac{1}{2}\pi\gamma_x - \frac{1}{2}\sin\pi\gamma_x\right]\Bigg). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Bildet man die Verhältniszahl

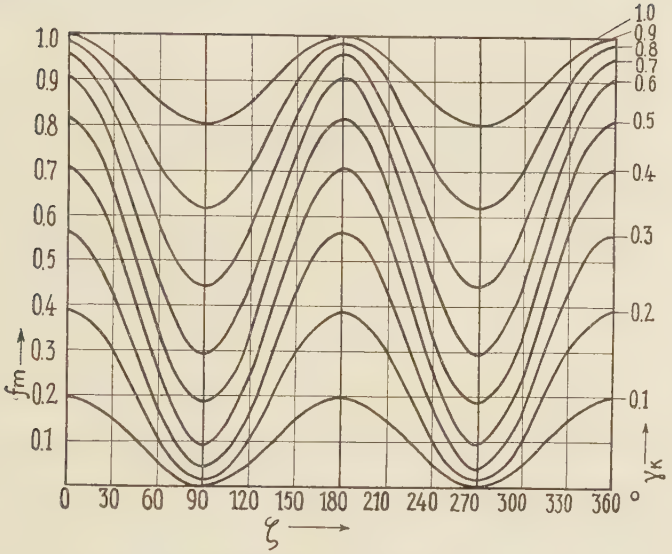
$$f_m = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \sin^2(\alpha - \zeta)\, d\alpha}{\int_0^{\pi} \sin^2\alpha\, d\alpha}, \tag{14}$$

so gibt diese Zahl das Verhältnis des Drehmoments des polunterbrochenen Käfigs zu dem des Vollkäfigs an. Diese Verhältniszahl nennen wir den Drehmomentfaktor f_m.

In dem Kurvenblatt 1 ist für die einzelnen Käfigbedeckungen γ_x der Verlauf des Drehmoments eines idealisierten polunterbrochenen Käfigs, d. h. der Wert f_m in Abhängigkeit des Winkels ζ, den die Käfighauptachse mit dem Strommaximum des Käfigstromes bildet, für einen vollen Feldumlauf dargestellt. Das Maximum des induzierenden Grundfeldes bzw. die maximale Stabspannung eilt dem Winkel ζ um den zwischen Stabspannung und Stabstrom bestehenden Phasenwinkel ψ vor. Wie man sieht, schwankt das Drehmoment zwischen Maximum und Minimum während eines Umlaufes des Drehfeldes gegenüber dem Käfig. Das Maximum tritt auf, wenn die Strombelagsmitte in der Käfighauptachse steht, das Minimum, wenn sie in der Käfiglücke steht.

Das mittlere Drehmoment, das ein polunterbrochener Käfig ausübt, ergibt sich, wenn man die Fläche der zugehörigen Drehmomentkurve f_m (Kurvenblatt 1) auf eine mittlere Ordinate reduziert und die Abszisse mindestens 90^0 oder ein ganzes Vielfaches davon wählt. Wie vorher (12) setzen wir das Drehmoment irgendeines Augenblicks:

$$M_d = C' \cdot \mathfrak{B}^2 \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \sin^2(\alpha - \zeta)\, d\alpha .$$



Kurvenblatt 1 (Gleichung 14).

Das mittlere Drehmoment für einen halben Feldumlauf ergibt sich dann:

$$M_{d_{\text{mittel}}} = \frac{1}{\pi} \cdot C' \cdot \mathfrak{B}^2 \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \int_0^{\pi} \sin^2(\alpha - \zeta)\, d\alpha \cdot d\zeta . \qquad (15)$$

$$M_{d_{\text{mittel}}} = \frac{1}{\pi} C' \cdot \mathfrak{B}^2 \left\{ \int_0^{\pi} \cos^2 \zeta \, d\zeta \left[\underbrace{\frac{1}{2} \pi \gamma_x + \frac{1}{2} \sin \pi \gamma_x}_{a} \right] + \right.$$
$$\left. + \int_0^{\pi} \sin^2 \zeta \, d\zeta \left[\underbrace{\frac{1}{2} \pi \gamma_x - \frac{1}{2} \sin \pi \gamma_x}_{b} \right] \right\} = C' \, \mathfrak{B}^2 \, \frac{a+b}{2} . \qquad (16)$$

Bildet man wieder die Verhältniszahl f_m, aber jetzt aus dem mittleren Drehmoment eines polunterbrochenen Käfigs und dem

während eines elektrischen Umlaufes konstant bleibenden Drehmoment eines Vollkäfigs, so zeigt sich, daß diese Zahl der Käfigbedeckung direkt proportional ist. Der Drehmomentfaktor eines idealisierten polunterbrochenen Käfigs für das mittlere Drehmoment ergibt sich also γ_x proportional. Im weiteren soll dieser mittlere Drehmomentfaktor mit $f_{\overline{m}}$ bezeichnet werden, sein Wert ist in Kurvenblatt 5 dargestellt.

Das Drehmoment eines Vollkäfigs, das während eines elektrischen Umlaufes infolge der gleichbleibenden Anordnung der Käfigstäbe im Drehfeld konstant bleibt, kann durch die für jeden Moment der Feldstellung geltende und in der Einleitung angeführte Beziehung ausgedrückt werden:

$$M_d = \left(\frac{E_2}{z_2'}\right)^2 \cdot \frac{R_2'}{\sigma} \cdot C \quad (17)$$

E_2 Effektive Spannung an der auf die primäre Phase reduzierten Käfigwicklung

z_2' reduzierte Käfigimpedanz

$$\sqrt{x_2' + \left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2}$$

R_2' reduzierter Käfigwiderstand

σ Schlupf

$$C = \frac{m_1 0{\cdot}975}{n}$$

m_1 Phasenzahl

n synchr. Tourenzahl des Grundfeldes

Das Drehmoment eines polunterbrochenen Käfigs ist, wie wir sahen (Kurvenblatt 1), während eines elektrischen Umlaufes variabel und, abgesehen von den noch nicht berücksichtigten sich ändernden Werten der Reaktanz und des Widerstandes der Ringe, vor allem abhängig von der im Käfig induzierten Spannung. Widerstand und Reaktanz untersuchen wir später und nehmen erst die Bestimmung der am Käfig liegenden Spannung vor, aus deren Effektivwert sich der Augenblickswert des Drehmomentes wie oben (17) ermitteln läßt. Der quadratische Mittelwert der Spannung eines Vollkäfigs ist proportional dem quadratischen Mittelwert der über dem Käfig liegenden Induktion $\mathfrak{B}$, die wir, hervorgerufen durch eine Mehrphasenwicklung, sinusförmig annehmen.

Der Effektivwert für einen Vollkäfig ist:

$$E_{\text{eff}} \equiv \mathfrak{B} \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 (\alpha - \zeta')\, d\alpha} \tag{18}$$

für jede Stellung des Feldes konstant. Der quadratische Mittelwert für einen Käfig mit der Bedeckung γ_x ist gegeben durch die analoge Beziehung:

$$E_{\text{eff}} \equiv \mathfrak{B} \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \sin^2 (\alpha - \zeta')\, d\alpha} \tag{19}$$

wobei $\mathfrak{B}$ der Amplitudenwert des induzierenden konstant gedachten Drehfeldes ist.

Bilden wir die Verhältniszahl:

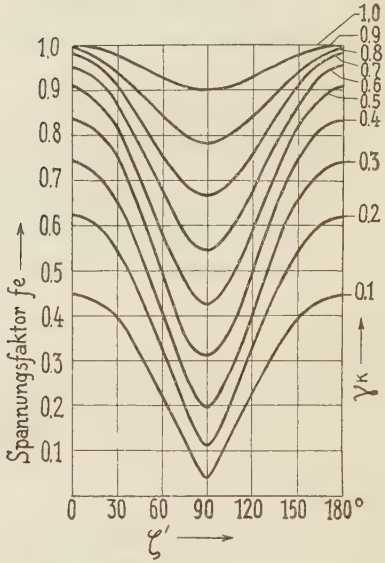
$$f_e = \sqrt{\frac{\int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_x)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_x)} \sin^2 (\alpha - \zeta')\, d\alpha}{\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha\, d\alpha}}, \tag{20}$$

so gibt diese Zahl das Verhältnis des induzierenden Hauptkraftflusses eines polunterbrochenen Käfigs zu dem eines Vollkäfigs für die verschiedenen Stellungen des Feldes ζ' zur Käfighauptachse an. Wir nennen diese Verhältniszahl f_e den Spannungsfaktor. Wie man durch Vergleich mit dem Ausdruck für f_m sieht, ist der Wert f_m gleich dem zeitlich um den Winkel ψ verschobenen Wert f_e^2, d. h. der Drehmomentfaktor ist proportional dem Quadrat des zugehörigen Spannungsfaktors.

Im Kurvenblatt 2 ist der Zahlenwert f_e in Abhängigkeit von der Winkelstellung der induzierenden Drehfeldamplitude zur Käfighauptachse ζ' für die einzelnen Käfigbedeckungen γ_x dargestellt.

Wir sehen, wie bereits gesagt, vorläufig von der Änderung der Reaktanz und des Widerstandes des polunterbrochenen Käfigs während eines elektrischen Feldumlaufes ab und vernachlässigen vorerst auch die erst in Abschnitt II behandelte Rückwirkung des Käfigstrombelages auf die Netzwicklung. Das Drehmoment eines solchen idealisierten polunterbrochenen Käfigs kann man sich dann dadurch entstanden denken, daß man die in Betracht kommende Maschine mit einem Vollkäfig versieht, dessen Reaktanz und Widerstandswerte dem des polunterbrochenen Käfigs entsprechen, und

daß man sich die am Käfig liegende Spannung entsprechend der Funktion f_e (siehe Kurvenblatt 2) zwangsläufig während jedes elektrischen Umlaufes geändert denkt.



Kurvenblatt 2 (Gleichung 20).

Diese Überlegungen werden später bei der Berechnung des Drehmomentes zugrunde gelegt.

Die zahlenmäßigen Rechnungsergebnisse der vorigen Seiten sind zur späteren Verwendung in Kurvenform wiedergegeben, und zwar:

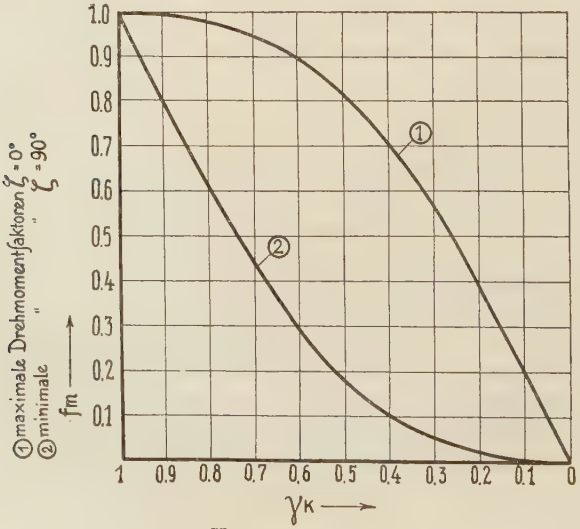
Maximale und minimale Werte der Drehmomentfaktoren f_m (Kurvenblatt 3).

Maximale und minimale Werte der Spannungsfaktoren f_e (Kurvenblatt 4).

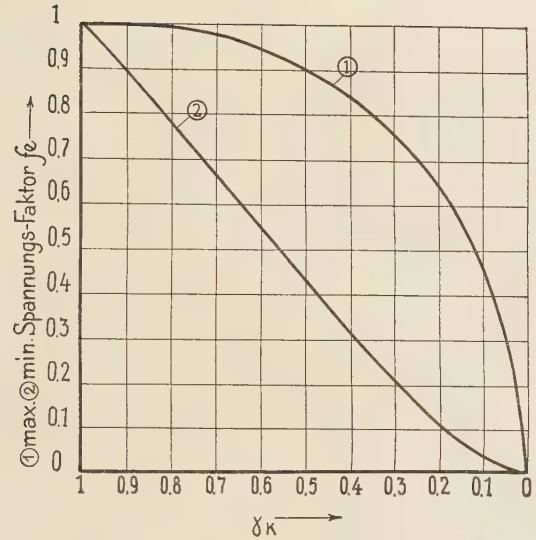
Mittlere Drehmoment- und mittlere Spannungsfaktoren. Zur Abkürzung schreiben wir

$f_{m_{\text{mittel}}} = f_{\bar{m}}$ und $f_{e_{\text{mittel}}} = f_{\bar{e}}$

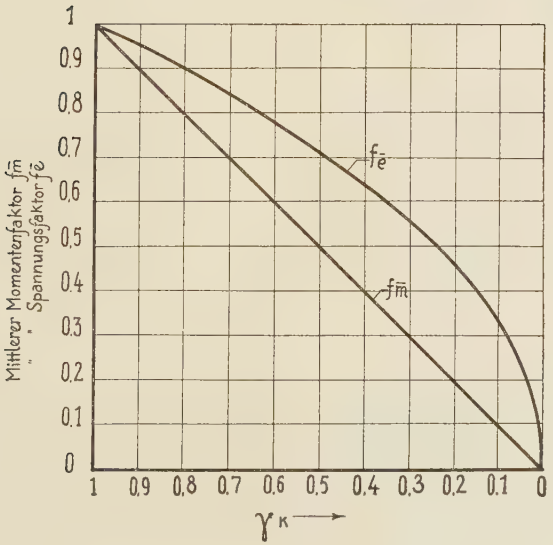
(Kurvenblatt 5).



Kurvenblatt 3.



Kurvenblatt 4.



Kurvenblatt 5.

b) Widerstand und Reaktanz des polunterbrochenen Käfigs.

Nach den vorangegangenen Feststellungen über die Drehmomentverhältnisse eines idealisierten Käfigs mit der Bedeckung γ_x, insbesondere seiner Spannung, ist zur endgültigen Berechnung der zahlenmäßigen Drehmomente noch die Kenntnis der Widerstands- und Reaktanzwerte nötig. In ähnlicher Weise wie beim Vollkäfig kann auch beim polunterbrochenen Käfig die Bestimmung dieser Werte und deren Reduktion auf die Primärseite der Maschine erfolgen. Der polunterbrochene Käfig setzt sich zusammen aus einem Teil, dessen Widerstand konstant bleibt, und der aus den Stäben und den die benachbarten Stäbe unmittelbar verbindenden Ringsegmenten besteht, und den Bügeln oder Laschen, die die beiden Käfigteile miteinander verbinden (Bild 7). Nicht immer sind die Bügel an der Stromführung beteiligt. Der Bügelstrom ist ein Maximum, wenn das Maximum der Stabströme in der Polmitte liegt, also zur Zeit $\zeta = 0^0$. 90 elektrische Grade später zur Zeit $\zeta = 90^0$ führt der Bügel überhaupt keinen Strom (Bild 8).

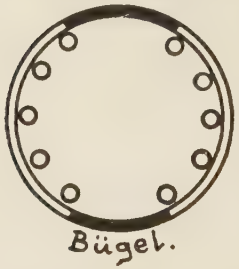


Bild 7.

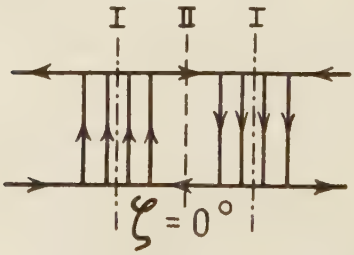


Bild 8.

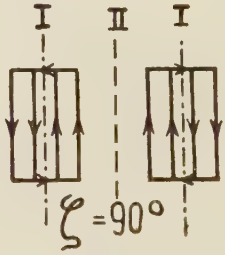


Bild 8.

Die Stäbe, deren Widerstand R_{st} sei, haben einen zusätzlichen Widerstand R_{seg}, den sogenannten Segmentwiderstand, der hervorgerufen ist durch die Stab und Stab verbindenden Ringteile. Diese geben zusammen den konstanten Teil des Käfigwiderstandes. Die Rechnung des konstanten Teiles des Käfigwiderstandes kann ähnlich wie die bekannte Rechnung über Käfigwiderstände und Reaktanzen (Arnold V, I Kap. 10) erfolgen.

Der Stabwiderstand bestimmt sich wie für jeden gewöhnlichen

$$\text{Leiter } R_{st} = \frac{l}{q \cdot \varkappa} \quad (21)$$

l Stablänge
q Stabquerschnitt
$\varkappa$ elektr. Leitwert

Der Widerstand R_{seg}, der sich zum Stab hinzuaddiert, wird errechnet nach der Beziehung:

$$R_{seg} = \frac{2 \cdot R_s}{\left(2 \cdot \sin \frac{\pi}{m_2}\right)^2} \quad (22)$$

R_s elektr. Widerstand des Segmentstücks zwischen zwei Stäben,

wobei zu berücksichtigen ist, daß der richtige Phasenwinkel eingesetzt wird, nämlich der, welcher tatsächlich zwischen zwei benachbarten Stäben besteht, wenn sie in einem Sinusfeld liegen (Bild 9). Dieser Winkel ist

$$\frac{2\pi}{m_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{N_{2\,id}}. \quad (23)$$

Hierbei bedeutet $N_{2\,id}$ die sogenannte ideelle Stabzahl, d. h. die Stabzahl, die ein Vollkäfig hätte, wenn sein Umfang mit Stäben der Nutteilung τ_{n_2}, nämlich der gleichen des Käfigs mit der Bedeckung $\gamma_\varkappa$ besetzt wäre. Diese ideelle Nutzzahl ist

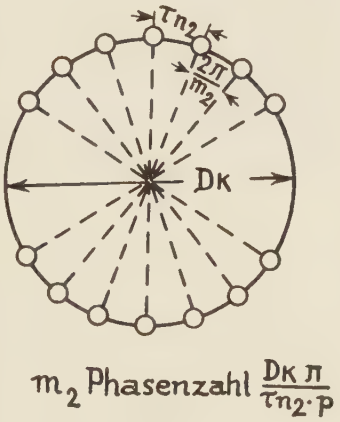


Bild 9.

$$N_{2\,id} = \frac{D_\varkappa \cdot \pi}{\tau_{n_2}}. \quad (24)$$

Die tatsächlich vorhandene Stabzahl des Käfigs soll zum Unterschied von dieser $N_{2\,reell}$ genannt werden. Nachdem wir also den konstanten Teil des Käfigwiderstandes

$$R_\varkappa = R_{st} + R_{seg} \quad (25)$$

kennen, kann seine Reduktion auf den Primärteil erfolgen, und dieses geschieht in bekannter Weise im Verhältnis der Quadrate der Windungszahlen und ihrer Wicklungsfaktoren sowie im Verhältnis der tatsächlichen Phasenzahlen.

Der konstante Käfigwiderstand $R_\varkappa$ ist:

$$R_z = R_{st} + \frac{2 \cdot R_s}{\left(2 \cdot \sin \frac{\pi}{m_2}\right)^2}. \tag{26}$$

Reduziert auf Primär:

$$R_z' = \left[R_{st} + \frac{2 \cdot R_s}{\left(2 \cdot \sin \frac{\pi \cdot p}{N_{2\,\mathrm{id}}}\right)^2} \right] \frac{4 \cdot m_1 (w_1 \xi_1)^2}{N_{2\,\mathrm{reell}}} \tag{27}$$

m_1 Phasenzahl
w_1 Windungszahl pro Phase d. Netzwicklg.
ξ_1 Wickelfaktor.

Im weiteren wird der variable Widerstand R_B bestimmt. Zuvor untersuchen wir, nach welcher Funktion sich der Strom im Bügel ändert.

Die in den Stäben eines Käfigs von einem reinen Drehfeld induzierten Spannungen und Ströme sind Sinusfunktionen. Für irgendeinen Punkt des Kurzschlußringes ergibt sich der Ringstrom in erster Annäherung als Summe der Stabströme, gerechnet vom Strommaximum bis zu dem in Frage kommenden Ringpunkt.

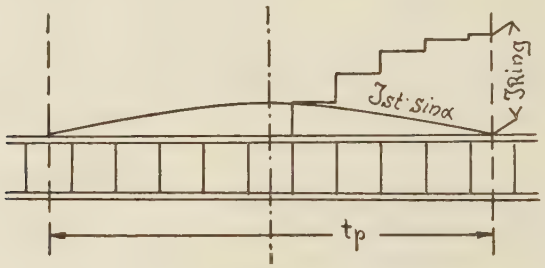


Bild 10.

Ist τ_n die Nutteilung des Käfigs, so ist die auf eine Polteilung entfallende Stabzahl N_{tp}

$$N_{tp} = \frac{t_p \gamma_z}{\tau_n} + 1$$

bzw. falls dieses für einen Vollkäfig eine gebrochene Zahl ist, die dieser Beziehung nächstkleinere ganze Zahl. Der Ringstrom ergibt sich aus der Summe der mittleren Stabströme und der halben Stabzahl pro Polteilung. Für einen Vollkäfig ist der maximale Ringstrom:

$$J_{\mathrm{Ring\,max}} = \frac{N_{tp}}{2} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} J_{st_{\max}} \cdot \sin \alpha \, d\alpha = \frac{1}{\pi} N_{tp} \cdot J_{st_{\max}} = \mathrm{const.} \tag{28}$$

Der Bügelstrom für einen polunterbrochenen Käfig ist gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} J_B &= \frac{N_{tp}}{2}\left[\frac{J_{st\,\max}}{\pi\cdot\gamma_z}\int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma_z)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma_z)}\sin(a-\zeta)\,da\right] \\ &= N_{tp}\cdot J_{st\,\max}\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_z}{\pi\cdot\gamma_z}\cdot\cos\zeta \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

D. h. der Bügelstrom ändert seinen Wert nach einer Kosinusfunktion. Er ist ein Maximum für die Stromschichtstellung $\zeta = 0^0$ und Null für $\zeta = 90^0$.

Dieser schwankenden Stromverteilung im Bügel wollen wir dadurch Rechnung tragen, daß die Widerstände und Reaktanzen des Käfigs der Stromverteilung entsprechend geändert werden, wenn sich der Winkel zwischen Stromschicht und Käfighauptachse ändert. Der Käfigwiderstand stellt sich demnach aus einem konstanten und variablen Teil dar:

$$R_2' = \left(R_{st} + \frac{2\cdot R_s}{\left(2\cdot\sin\frac{\pi}{m_2}\right)^2}\right)\cdot c_1 + R_{\text{Bügel}}\cdot c_2\cdot\cos\zeta\,. \qquad (30)$$

Hierbei ist

$$c_1 = \frac{4\cdot m_1 (w_1\xi_1)^2}{N_{2\,\text{reell}}} \qquad (31)$$

wie bereits vorher angeführt wurde und

$$c_2 = \frac{m_1\cdot(w_1\,\xi_1)}{p} \qquad (32)$$

wie später (Gl. 39) abgeleitet werden wird. Zur Vereinfachung der folgenden Formelableitungen schreiben wir:

$$c_1\left\{R_{st} + \frac{2\cdot R_s}{\left(2\cdot\sin\frac{\pi}{m_2}\right)^2}\right\} = R_z' \text{ und } c_2\cdot R_B\cdot\cos\zeta = R_B'\cdot\cos\zeta\,. \qquad (33)$$

Für die Bestimmung des mittleren Drehmomentes während eines vollen Feldumlaufes ist der variable Käfigwiderstand durch einen konstanten Ersatzwert R_e' zu ersetzen. Dieser gedachte Wert ist dadurch bestimmt, daß der Käfig an konstanter Spannung liegend,

also von konstantem Strom durchflossen, denselben Erwärmungswert (d. h. dieselbe Energieaufnahme) zeigen soll. Es muß demnach sein:

$$\frac{E^2}{R_e'} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{E^2}{R_x' + R_B' \cos \zeta} \cdot d\zeta \,. \tag{34}$$

Für $R_x^2 > R_B^2$, was praktisch fast immer der Fall ist, wird nach Lösung des Integrals:

$$R_e' = 0{,}785 \cdot \frac{\sqrt{R_x'^2 - R_B'^2}}{\operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{R_x' - R_B'}{R_x' + R_B'}}} \,. \tag{35}$$

Wenn $R_x^2 < R_B^2$ ist, ist nach Lösung des Integrals:

$$R_e' = 1{,}57 \cdot \frac{\sqrt{R_B'^2 - R_x'^2}}{\ln \frac{R_B' + \sqrt{R_B'^2 - R_x'^2}}{R_x'}} \,. \tag{36}$$

Analog folgt für die Käfigreaktanz:

$$x_2' = x_x' + x_B' \cdot \cos \zeta$$

und die Ersatzwerte sind:

$$x_e' = 0{,}785 \cdot \frac{\sqrt{x_x'^2 - x_B'^2}}{\operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{x_x' - x_B'}{x_x' + x_B'}}} \quad \text{für } x_x'^2 > x_B'^2 \,. \tag{37}$$

$$x_e' = 1{,}57 \cdot \frac{\sqrt{x_B'^2 - x_x'^2}}{\ln \frac{x_B' + \sqrt{x_B'^2 - x_x'^2}}{x_x'}} \quad \text{für } x_x'^2 < x_B'^2 \,. \tag{38}$$

Um für spätere zahlenmäßige Rechnungen eine einfache Form für die Bestimmung des Ersatzwiderstandes R_e' zu haben, soll $\frac{R_e'}{R_x'}$ als Funktion von R_B' dargestellt werden, wobei R_B' in Prozentwerten von R_x' ausgedrückt wird. R_e' ist dann für jeden beliebigen Fall der Kurve zu entnehmen, indem man den Wert R_x' des vorliegenden Rechnungsfalles mit dem zu dem Prozentwert von R_B' gehörigen Kurvenwert multipliziert.

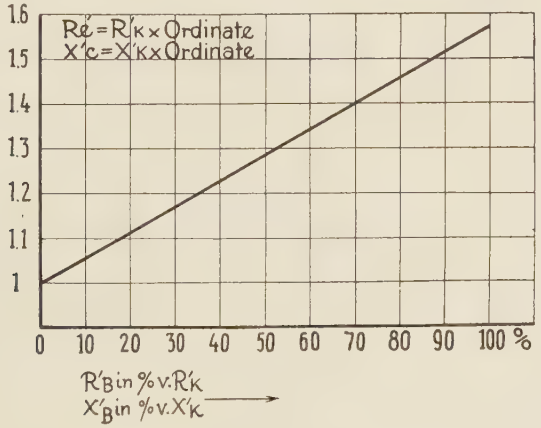
Aus der Beziehung

$$R_e' = 0{,}785 \cdot \frac{\sqrt{R_x'^2 - R_B'^2}}{\text{arc} \cdot \text{tg} \cdot \sqrt{\frac{R_x' - R_B'}{R_x' + R_B'}}} \tag{35}$$

folgt:

für $R_B' = 0\,\%$ von R_x' ist $R_e' = 1{,}0 \quad R_x'$
„ „ $= 25\,\%$ „ „ „ „ $= 1{,}143$ „
„ „ $= 50\,\%$ „ „ „ „ $= 1{,}285$ „
„ „ $= 75\,\%$ „ „ „ „ $= 1{,}43$ „
„ „ $= 95\,\%$ „ „ „ „ $= 1{,}54$ „

Für den Fall $R_x' = R_B'$ geht die obige Beziehung für R_e' in einen unbestimmten Ausdruck $\frac{0}{0}$ über. Die Verlängerung der Kurve bis $100\,\%$ zeigt, daß dieser Wert 1,57 wird. Praktisch kommt dieses Bereich aber kaum in Frage, sondern nur die Werte $R_x' > R_B'$. Die Beziehung $\frac{R_e'}{R_x'}$ in Abhängigkeit von R_B' in $\%$ von R_x' ist im Kurvenblatt 6 dargestellt. Die Werte gelten analog für die Berechnung der Ersatzreaktanz x_e'.



Kurvenblatt 6.

Zusammenfassend sei nochmals erwähnt: Die Bügel erhöhen den konstanten Wert des Käfigwiderstandes, da der in den Stäben fließende Strom sich über die Bügel hinweg schließt, wenigstens im Moment der Hauptstellung des Strombelages, also zur Zeit des Winkels $\zeta = 0^0$ bzw. des Feldwinkels $\zeta' = \psi$. In diesem Augen-

blick wirkt der Bügelwiderstand so, als ob er direkt in den Hauptstromkreis der Maschine eingeschaltet wäre. Mit größer werdendem Winkel-ζ nimmt der Stabstrom nicht mehr seinen Verlauf über die Bügel allein, sondern schließt sich zum Teil bereits über die Stäbe des eigenen Poles. Die Wirkung auf den gesamten Käfigstrom ist so, als ob die in dem Hauptstromkreis der Maschine liegenden Käfigbügel mehr und mehr an Widerstand verlieren würden und bei der Stellung der Stromschicht $\zeta = 90^0$ den Widerstand Null hätten, denn dann schließt sich der gesamte Strom über die Ringsegmente allein und nicht mehr über die Bügel. Im Verlaufe der Stromschichtstellung $\zeta = 0^0$ bis $\zeta = 90^0$ folgt der Widerstand der Bügel einer Kosinusfunktion, wie die vorherige Ableitung der Stromverteilung (29) zeigte, denn in bezug auf den aufgenommenen Käfigstrom muß die Widerstandsänderung der Bügel der Bügelstromänderung proportional sein. Der sogenannte Mittelwert des Käfigwiderstandes, der Ersatzwiderstand R_e', ist ebenfalls vorher abgeleitet worden. Die zahlenmäßige Erfassung des Käfigbügels und seine Reduktion auf die Netzwicklung entzieht sich noch der Rechnung.

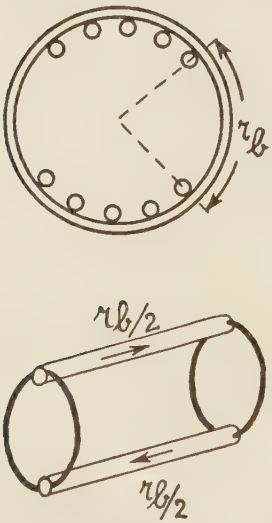


Bild 11.

Wir verlegen die Bügelwiderstände in zwei gedachte Stäbe, die in den Polmitten des Käfigs liegen sollen und mit dem Stromkreis des Käfigs in Reihe geschaltet gedacht werden. Jedem dieser Stäbe teilen wir dann seinen entsprechenden Anteil am Bügelwiderstand zu.

Wir müssen den von den Verbindungsbügeln herrührenden Widerstand dieser Stäbe gleich dem Widerstandswert eines halben Verbindungsbügels (Lasche) zwischen zwei Käfigteilen setzen (Bild 11). Der Widerstand eines Stabes des Ersatzkäfigs ist für die Polpaarzahl 1 gleich $\frac{r_b}{2}$. Bei einer Polpaarzahl p sind p solcher Stäbe parallel geschaltet. Ihr Widerstand ist gleich $\frac{1}{p} \cdot \frac{r_b}{2}$. Die Bügel eines polunterbrochenen Käfigs wirken bei der Stromschichtstellung $\zeta = 0^0$ so, als ob der konstante Wert des Käfigwiderstandes R_z vergrößert wäre um den Widerstand eines Käfigs mit

der Phasenzahl $\frac{2p}{p} = 2$ und dem Phasenwinkel $\frac{2\pi p}{2p}$, also 180°. Der Bügelwert des Käfigs ist demnach auf die Primärseite im Verhältnis von Windungszahl und Phasenzahl seiner Ersatzstäbe zu reduzieren. Nach vorher Gesagtem ist der Bügelwert zu behandeln wie ein Käfig mit einem Stab pro Pol und einem Stabwiderstand gleich $\frac{r_b}{2}$. Der reduzierte Wert R_B wird:

$$R_B' = \frac{r_b}{2} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot m_2} = r_b \cdot \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{p}. \tag{39}$$

Dieser Wert ist nur richtig für $\zeta = 0$ oder $\zeta' = \psi$. (Er gilt nur für die Netzphase, deren Windungsebene in der Achse I liegt.) Der Momentanwert des reduzierten Bügelwiderstandes ist:

$$R_B' \cdot \cos\zeta = r_b \cdot \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{p} \cos\zeta. \tag{40}$$

(Er gilt für eine gegenüber der Achse I um den Winkel ζ verschobene Netzphase.) Der gesamte auf eine Primärphase reduzierte Käfigwiderstand stellt sich demnach dar:

$$R_2' = \left[R_{st} + \frac{2 \cdot R_s}{\left(2 \cdot \sin \frac{\pi \cdot p}{N_{2\,\mathrm{id}}}\right)^2} \right] \frac{4 \cdot m_1 (w_1 \xi_1)^2}{N_{2\,\mathrm{reell}}} + r_b \cdot \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{p} \cos\zeta \tag{41}$$

Analog setzt sich die Käfigreaktanz aus den konstanten Werten der Stabreaktanz und der der Ringsegmente, sowie aus dem variablen Wert, dem der Bügel zusammen. In ähnlicher Weise wie bei den Widerständen reduzieren wir die nach bekannten Streuleitwerten zu berechnende Reaktanz auf die Primärphase. Der konstante Teil der Käfigreaktanz ist:

$$\left. x_z' = \pi \cdot c \cdot l_e \left[\lambda_n + \lambda_z + \frac{0{,}72\, D_r}{l_e \cdot N_{2\,\mathrm{id}} \left(\sin \frac{\pi p}{N_{2\,\mathrm{id}}}\right)^2} \log \frac{2 \cdot 4\, D_r}{a + b} \right] \cdot \frac{4 \cdot m_1 (w_1 \xi_1)^2}{N_{2\,\mathrm{reell}}} \cdot 10^{-8} \right\} \tag{42}$$

Die Bügelreaktanz wird angenähert durch den Wert gegeben:

$$x_B = \pi \cdot c \cdot l_B \cdot 0{,}46 \left[\log \frac{l_B}{d_s} - 0{,}2 \right]$$

und wird wie der Bügelwiderstand auf die Primärphase unter Einführung der virtuellen Stäbe reduziert:

$$x_B' = \pi \cdot c \cdot l_B \cdot 0{,}46 \left[\log \frac{l_B}{d_s} - 0{,}2\right] \cdot \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{p} \cdot 10^{-8}. \quad (43)$$

Die gesamte Käfigreaktanz auf Primär reduziert, stellt sich demnach dar:

$$\left.\begin{aligned} x_2' = \pi \cdot c \cdot l_e \Bigg[\lambda_n + \lambda_x + \frac{0{,}72 \cdot D_r}{l_e \cdot N_{2\,\mathrm{id}} \left(\sin \frac{\pi \cdot p}{N_{2\,\mathrm{id}}}\right)^2} \cdot \log \frac{2 \cdot 4 \cdot D_r}{a + b}\Bigg] \\ \cdot \frac{4\, m_1 (w_1 \xi_1)^2}{N_{2\,\mathrm{reell}}} \cdot 10^{-8} \\ + \pi \cdot c \cdot l_B \cdot 0{,}46 \left[\log \frac{l_B}{d_s} - 0{,}2\right] \frac{m_1 (w_1 \xi_1)^2}{p} \cdot \cos \zeta \cdot 10^{-8} \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

c) Das vom polunterbrochenen Käfig entwickelte Drehmoment.

Nachdem die Feldverhältnisse bzw. Spannungen und auch die Käfigwiderstände sowie Reaktanzen eines polunterbrochenen Käfigs berechenbar sind, kann zur Bestimmung des Anlaufdrehmoments übergegangen werden. Ein reines Drehfeld induziert im Käfig Spannungen, die für eine bestimmte Käfigbedeckung γ_x während eines elektrischen Umlaufes des Drehfeldes entsprechend der anfangs errechneten Funktion f_e (Kurvenblatt 2) verlaufen. In bezug auf die Stromaufnahme des Käfigs wirkt sich die Spannungsänderung genau so aus, als ob dessen Widerstand und Reaktanz im Verhältnis $\frac{1}{f_e}$ erhöht wäre.

$$\frac{E_2 \cdot f_e}{\sqrt{x_2' + R'^2_2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{x'_2}{f_e}\right)^2 + \left(\frac{R'_2}{f_e}\right)^2}}. \quad (45)$$

Dabei ist die für eine bestimmte Stromschichtstellung ζ in Frage kommende Spannungsfunktion f_e für die räumliche Stellung $\zeta' = \zeta$ des Feldes zur Käfigachse einzusetzen. Der Winkel $\zeta' = \zeta + \psi$ des Kurvenblatts 2 drückt lediglich aus, daß das Feld bzw. die Spannung zeitlich dem Strom um den Phasenwinkel ψ voreilt. Die Impedanz der Maschine mit polunterbrochenem Käfig, die sich ebenfalls aus Netzwicklungs- und Käfigimpedanz zusammensetzt, ist somit ab-

hängig von der Stellung der Stromschicht zur Käfigachse und stellt sich dar:

$$Z_\zeta = \sqrt{\left|x_1 + \frac{x_2'}{f_{e\zeta}}\right|^2 + \left|R_1 + \frac{R_2'}{f_{e\zeta} \cdot \sigma}\right|^2}. \qquad (46)$$

Wir stellen noch eine Überlegung über die Größe des Luftspaltfeldes (bzw. der diesem proportionalen *EMK*) während eines elektrischen Feldumlaufes an. Zur Beurteilung des Verlaufes des Luftspaltfeldes betrachten wir der Einfachheit halber erst nur die Blindkomponenten des ohnehin beim Anlauf aus dem Stillstand stark phasenverschobenen Stromes, die auch den größten Spannungsabfall verursachen.

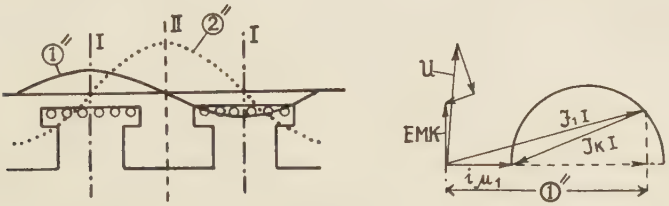


Bild 12.
(1)″ Blindstrombelag der Netzwicklung, der sich aus der Grundwelle des Käfigblindstrombelages und dem Strombelag des magnetisierenden Stromes zusammensetzt.
(2)″ Grundwelle des Luftspaltfeldes.

Der Spannungsabfall in der Netzwicklung bei Stellung der Stromschicht in der Hauptachse I ($\zeta = 0$) (Bild 12) muß am größten sein. In diesem Augenblick ist nämlich der aufgenommene Käfigstrom infolge des kleinsten auftretenden Impedanzwertes von allen anderen Stellungen am größten. Auch der Magnetisierungsstrom, der mit der Blindkomponente des Käfigstromes in Phase ist, ist hier am größten, weil sein AW-Belag mit seiner Amplitude jetzt über der Pollücke liegt.

90 elektrische Grade später ist der aufgenommene Strom am kleinsten, weil der Käfig jetzt den größten Impedanzwert aufweist und auch der Magnetisierungsstrom hier am kleinsten ist, da sein AW-Belag mit seiner Amplitude jetzt in der Polmitte liegt (Bild 13).

Der Spannungsabfall wird für irgendeine betrachtete Netzphase am größten, wenn ihre Windungsebene gerade in der Käfighauptachse liegt, und er wird am kleinsten, wenn ihre Windungs-

ebene gerade in der Käfigachse II liegt. Durch den ungleichen Spannungsabfall in der Achse I und II entsteht in erster Annäherung ein elliptisches Drehfeld, dessen Achsen mit den Käfigachsen zusammenfallen. Dieses elliptische Drehfeld bleibt auch bei Bewegung zwischen Käfig und Netzwicklung bestehen, nur ändert

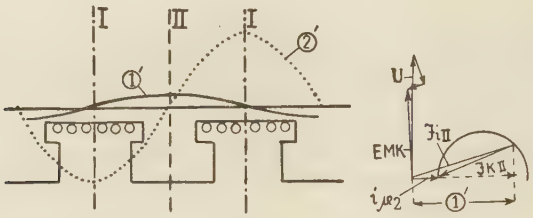


Bild 13.
(1)′ Blindstrombelag der Netzwicklung, der sich aus der Grundwelle des Käfigblindstrombelages und dem Strombelag des magnetisierenden Stromes zusammensetzt.
(2)′ Grundwelle des Luftspaltfeldes.

sich die Frequenz, mit welcher die Felder in den beiden Käfigachsen schwingen, proportional dem der Tourenzahl entsprechenden

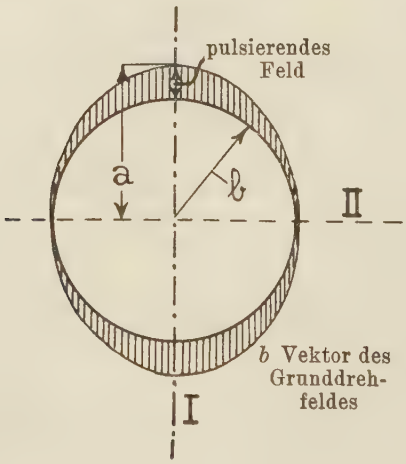


Bild 14.

Schlupf. Wir nennen die kleine Achse b des elliptischen Drehfeldes das Grunddrehfeld. Der Feldamplitude b des Grunddrehfeldes ist

die elektromotorische Kraft EMK_b (Gl. 48) der in Achse I liegenden Netzphase proportional. Die große Achse der Feldellipse nennen wir a. Ihre Feldamplitude, die in Achse I schwingt, ist der elektromotorischen Kraft EMK_a (Gl. 79) der Netzphase proportional, welche in Achse II liegt. Das elliptische Drehfeld mit den Halbachsenwerten a u. b (Bild 14) läßt sich in ein zum Käfig rechtsläufiges reines Drehfeld mit der Drehfeldamplitude $\frac{a+b}{2}$ und in ein zum Käfig linksläufiges reines Drehfeld mit der Drehfeldamplitude $\frac{a-b}{2}$ zerlegen. Da sowohl das rechtsläufige wie das linksläufige reine Drehfeld zum Käfig dieselbe Geschwindigkeit hat — die Achsen der Ellipse bleiben ja in bezug auf den Käfig auch bei Bewegung stehen —, wirkt als Zugkraft nach außen lediglich die Differenz aus den Drehmomenten, die das zum Käfig rechts- und linksläufige reine Drehfeld ausübt. Da das Drehmoment eines reinen Drehfeldes dem Quadrat seiner Drehfeldamplitude proportional ist, ist die Drehmomentdifferenz aus dem zum Käfig rechts- und linksläufigen Feld $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = a \cdot b$ proportional. Wir können daher hier das elliptische Drehfeld durch ein drehmomentgleiches reines Drehfeld mit der Drehfeldamplitude $\sqrt{a \cdot b}$ ersetzen.

Statt mit den Feldern a und b soll im folgenden mit den diesen proportionalen induzierten Spannungen EMK_a und EMK_b gerechnet werden, da diese sich bequemer ermitteln lassen. Zur Berechnung des tatsächlich auftretenden Drehmomentes des polunterbrochenen Käfigs in einem elliptischen Feld gehen wir nun so vor, daß wir den polunterbrochenen Käfig uns von einem reinen Drehfeld induziert denken, dessen Amplitude zunächst willkürlich gewählt werden kann. Aus Zweckmäßigkeitsgründen der Rechnung (weil dann im Bedarfsfall später leichter der Einfluß des durch den magnetisierenden Strom hervorgerufenen Spannungsabfalls berücksichtigt werden kann) wählen wir als Amplitude des reinen Drehfeldes die in Achse II schwingende Feldamplitude b, also das Grunddrehfeld des elliptischen Drehfeldes. Dieses ist der EMK_b (Gl. 48) des Käfigs proportional. Für die einzelnen Stromschichtstellungen lassen sich die von der EMK_b hervorgebrachten Käfigströme und daraus die Drehmomente aus der Stromwärme und der Relativgeschwindigkeit des Drehfeldes zum Käfig bestimmen. Das bei irgendeiner Stromschicht- bzw. Feldstellung tatsächlich auf-

tretende Drehmoment des Käfigs ist dann wegen des induzierenden elliptischen Drehfeldes im Verhältnis der Quadrate der Amplituden des Ersatzdrehfeldes $\sqrt{EMK_a \cdot EMK_b}$ zu der des Grundfeldes EMK_b größer.

Wir kommen nun zur Berechnung der *EMK*. Die Wicklungsimpedanz für maximale Stromaufnahme (*EMK* im Minimum) tritt bei Stromschichtstellung $\zeta = 0$ ein und ist für Stillstand:

$$Z_0 = \sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_x' + R_B'}{f_{e_0}}\right\}^2}. \qquad (47)$$

Die dem konstanten Luftspaltfeld (Grunddrehfeld) proportionale induzierte *EMK* ist das Produkt aus Käfigstrom und Käfigimpedanz bei der Stromschichtstellung $\zeta = 0$.

$$EMK_b = \frac{U}{\sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_x' + R_B'}{f_{e_0}}\right\}^2}} \cdot \sqrt{\frac{(x_x' + x_B')^2}{f_{e_0}^2} + \frac{(R_x' + R_B')^2}{f_{e_0}^2}}. \qquad (48)$$

Der mit dem konstanten Anteil des Drehfeldes drehmomentbildende Käfigstrom ist bei irgendeiner Stromschichtstellung infolge der Änderung des Käfigimpedanzwertes:

$$J_{x\zeta} = \frac{U}{\sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_x' + R_B'}{f_{e_0}}\right\}^2}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{f_{e_0}}\right)^2 \left\{(x_x' + x_B')^2 + (R_x' + R_B')^2\right\}}{\left(\frac{1}{f_{e\zeta}}\right)^2 \left\{(x_x' + x_B \cos\zeta)^2 + (R_x' + R_B' \cos\zeta)^2\right\}}}. \qquad (49)$$

Das Drehmoment des Grunddrehfeldes für irgendeine Stromschichtstellung wird für Stillstand:

$$M_{d\zeta} = \frac{U^2 \left(\frac{f_{e\zeta}}{f_{e_0}}\right)^2}{\left\{x_1 + \frac{x_\varkappa' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_\varkappa' + R_B'}{f_{e_0}}\right\}^2} \cdot \frac{(x_\varkappa' + x_B')^2 + (R_\varkappa' + R_B')^2}{(x_\varkappa' + x_B' \cos\zeta)^2 + (R_\varkappa' + R_B' \cos\zeta)^2} \cdot \frac{m_1 (R_\varkappa' + R_B' \cos\zeta) \cdot 0.975}{n} \text{ mkg.} \quad (50)$$

Das maximale Anlaufmoment des Grunddrehfeldes im Stillstand zwischen Käfig und Netzwicklung wird demnach:

$$M_{d_{\max}} = \frac{U^2}{\left\{x_1 + \frac{x_\varkappa' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_\varkappa' + R_B'}{f_{e_0}}\right\}^2} \cdot \frac{m_1 (R_\varkappa' + R_B') \cdot 0.975}{n} \text{ mkg.} \quad (51)$$

Das Drehmoment des Käfigs unterliegt während eines elektrischen Feldumlaufes, wie wir bereits überlegt haben, lediglich der am Käfig liegenden Spannung des reinen Drehfeldes und außerdem noch der Einwirkung des sich ändernden Ringwiderstandes und der sich ändernden Ringreaktanz. Man kann das Drehmoment der Beziehung (51) für $\zeta = 0$ in das Drehmoment zur Zeit ζ überführen, wenn man die Spannung obiger Drehmomentbeziehung im Verhältnis der Spannungswerte $\frac{f_{e\zeta}}{f_{e_0}}$ verändert und gleichzeitig die Änderung des Ringwiderstandes und der Ringreaktanz berücksichtigt, wie aus Gleichung (50) folgt. Da der Wert f_e^2 gleich dem Wert f_m ist, kann man nach den vorhergehenden Ableitungen das jeweilige Drehmoment aus dem Maximalen ausdrücken durch die Beziehung:

$$M_{d\zeta} = M_{d_{\max}} \cdot \frac{f_{m\zeta}}{f_{m_0}} \cdot \frac{(x_\varkappa' + x_B')^2 + (R_\varkappa' + R_B')^2}{(x_\varkappa' + x_B' \cos\zeta)^2 + (R_\varkappa' + R_B' \cos\zeta)^2} \cdot \frac{R_\varkappa' + R_B' \cos\zeta}{R_\varkappa' + R_B'} \text{ mkg.} \quad (52)$$

Führen wir in die gleichen Beziehungen die Mittelwerte der Käfigfaktoren ein, sowie die Ersatzwerte der Käfigwiderstands- und Reaktanzwerte (Kurvenblatt 6), so kann man das für einen

vollen elektrischen Umlauf geltende mittlere Drehmoment des Grunddrehfeldes ausdrücken:

$$M_{d_{\text{mittel}}} = M_{d_{\max}} \cdot \frac{f_{\overline{m}}}{f_{m_0}} \cdot \frac{(x_z' + x_B')^2 + (R_z' + R_B')^2}{x_e'^2 + R_e'^2} \cdot \frac{R_e'}{R_z' + R_B'} \text{ mkg}. \quad (53)$$

Die Bestimmung des Drehmomentes im Verlauf des Anlaufvorganges, also bei Bewegung zwischen Käfig und Netzwicklung, kann dann durch Einführung des Schlupfes in die vorhergehenden Beziehungen 51/52/53 in erster Annäherung erfolgen. Das mittlere Drehmoment für das Grunddrehfeld und den Schlupf σ ergibt sich:

$$M_{d_{\text{mittel}}} = \frac{U^2}{\left\{x_1 + \frac{x_z' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_z' + R_B'}{f_{e_0} \cdot \sigma}\right\}^2} \cdot \frac{f_{\overline{m}}}{f_{m_0}} \cdot \frac{(x_z' + x_B')^2 + \left(\frac{R_z' + R_B}{\sigma}\right)^2}{x_e'^2 + \left(\frac{R_e'}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m_1 \cdot R_e' \cdot 0.975}{\sigma \cdot n} \text{ mkg}. \quad (54)$$

Da jedoch das Drehmoment nicht vom Grunddrehfeld sondern von einem elliptischen Drehfeld herrührt, dessen Drehmomentwirkung auf den Käfig gleich der eines reinen Drehfeldes mit der Ersatzamplitude $\sqrt{EMK_a \cdot EMK_b}$ ist, müssen die vorhergehenden Drehmomente Gl. (51) bis (54) für das elliptische Drehfeld entsprechend umgerechnet werden, und zwar:

$$\left.\begin{aligned} M_{de_{\max}} &= M_{d_{\max}} \cdot \left(\frac{\sqrt{EMK_a \cdot EMK_b}}{EMK_b}\right)^2 = M_{d_{\max}} \cdot k_g \\ M_{de_\zeta} &= M_{d_\zeta} \cdot k_g \\ M_{de_{\text{mittel}}} &= M_{d_{\text{mittel}}} \cdot k_g \end{aligned}\right\} \quad (55)$$

Ergänzend sei bemerkt, daß die vorhergehenden Beziehungen nicht streng richtig sind, da dem Einfluß von Klemmenspannung und induzierter Spannung durch den Spannungsabfall infolge des bis jetzt vernachlässigten Magnetisierungsstromes nicht Rechnung getragen wurde. Nennen wir das Verhältnis von Klemmenspannung zu EMK bei Synchronismus also den Wert $\frac{U}{EMK_0} = C_1$, so müßte

in strengerer Fassung die Impedanz in allen Fällen ausgedrückt werden durch:

$$Z_\zeta' = \sqrt{\left\{x_1 + \frac{C_1}{f_{e\zeta}}(x_\varkappa' + x_B' \cos\zeta)\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{C_1}{f_{e\zeta}} \cdot \frac{(R_\varkappa' + R_B' \cos\zeta)}{\sigma}\right\}^2}. \quad (56)$$

Wobei der Wert C_1 jeweils für den Magnetisierungsstrom bestimmt werden muß, den gerade die Phase führt, deren EMK berechnet werden soll (Phase in II: C_{1a}, EMK_a; Phase in I: C_{1b}, EMK_b). Aus Gleichung (48) und (79) errechnet sich bei Einführung der Gl. (56) für die Netzwicklungsimpedanz die $EMK_b' < EMK_b$ und $EMK_a' < EMK_a$. Unter Berücksichtigung des Spannungsabfalls, den der magnetisierende Strom in der Netzwicklung hervorruft, ergeben sich die Drehmomente:

$$\left.\begin{aligned} M_{de_{\max}} &= M_{d_{\max}} \cdot \frac{EMK_a' \cdot EMK_b'}{EMK_b^2} = M_{d_{\max}} \cdot k_g' \cdot \\ M_{de\zeta} &= M_{d\zeta} \cdot k_g' \\ M_{de_{\text{mittel}}} &= M_{d_{\text{mittel}}} \cdot k_g' \end{aligned}\right\} \quad (56\,a)$$

Oft ist es zulässig, $C_1 = 1$ zu setzen, wenigstens solange der magnetisierende Strom gegenüber dem Käfigstrom klein bleibt. Der Schlupf, bei dem das Drehmomentmaximum auftritt, ist:

$$\sigma = \frac{\dfrac{R_\varkappa' + R_B'}{f_{e_0}}}{\sqrt{R_1^2 + \left\{x_1 + \dfrac{x_\varkappa' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2}} \quad \text{(für 51 bis 55)}. \quad (57)$$

II. Teil.

Die Oberfelder des Käfiggrundstromes.

a) Beim Asynchronmotor mit Vollkäfig besitzt die vom Käfigstrom gebildete Stromschicht bei genügend feinverteilter Wicklung reinen Drehfeldcharakter. Bei Käfigen mit Pollücken wird von den Käfigstabströmen, die das Drehfeld induziert, keine rein sinusförmige Stromschicht mit einer während eines elektrischen Umlaufes konstant bleibenden Amplitude ausgebildet. Demzufolge besitzen auch die Käfigamperewindungen keinen reinen Drehfeldcharakter. Die Unsymmetrie in den Käfigamperewindungsschichten und ihre

Rückwirkung auf die Netzwicklung, wo in bezug auf das Grunddrehmoment gleichsinnige und gegenwirkende Drehmomente ausgeübt werden, soll in folgendem untersucht werden.

Wir denken uns zu diesem Zweck erst nur die vom Grunddrehfeld induzierten Käfigstromschichten in zwei örtlich feststehende, in die Käfighauptachse und die darauf senkrechte Achse fallende und zeitlich nach einer Sinusfunktion schwingende Stromschichten zerlegt.

Die Verteilung von Strom und AW-Belag zur Zeit $\zeta = 90$ gibt das Bild 15 wieder. J_{st} sei der Strom eines Stabes des aus einem

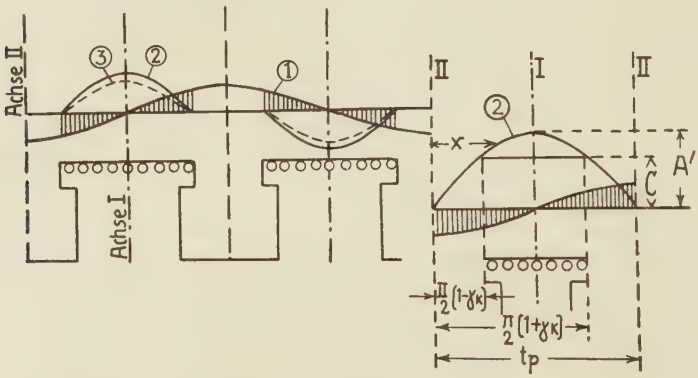


Bild 15.
(1) Strombelag. (2) Amperewindungsbelag. (3) Feldverteilung.

engen Gitter bestehend gedachten Käfigs. Der Strombelag entspricht dann bei einem Vollkäfig der Funktion $J_{st} \cos \frac{x}{t_p} \pi$ bezogen auf die Strombelagsmitte (Achse II). Der diesem Strombelag entsprechende Amperewindungsbelag ist: $A' \sin \frac{x}{t_p} \cdot \pi$, wenn A' die Amperewindungsamplitude bedeutet. Bei einem polunterbrochenen Käfig ist der AW-Betrag in Achse I infolge der Käfiglücke nur ein Rest des AW-Betrages eines Vollkäfigs. Diesen Restbetrag kann man sich durch Fortfall des AW-Betrages $C = A' \sin \frac{\pi}{2}(1-\gamma_x) =$ $= A' \cos \frac{\pi}{2} \gamma_x$ entstanden denken. Die Funktion des AW-Belages eines polunterbrochenen Käfigs für die Stromschichtstellung $\zeta = 90$

ist demnach im Bereich 0 bis $\frac{\pi}{2}(1-\gamma_z)$ und $\frac{\pi}{2}(1+\gamma_z)$ bis π Null. Im Bereich $\frac{\pi}{2}(1-\gamma_z)$ bis $\frac{\pi}{2}(1+\gamma_z)$ ist der auf Achse II bezogene AW-Belag gegeben durch die Funktion

$$A' \sin \frac{\pi \cdot x}{t_p} - A' \cos \frac{\pi}{2} \gamma_z . \qquad (58\,a)$$

Für konstanten Luftspalt unter den Polen und sättigungslosen Zustand (beim Anlauf mit Teilspannung vorhanden) ist das von dem AW-Belag hervorgerufene Feld diesem AW-Belag direkt proportional.

Bei der Stromschichtstellung $\zeta = 0$ liegt die Amperewindungsbelagsmitte in der Pollücke (Bild 16).

Der Strombelag hat die Funktion $J_{st} \cos \frac{x}{t_p} \pi$ bezogen auf die Strombelagsmitte (Achse I) in dem Bereich $-\frac{\pi}{2}\gamma_z$ bis $+\frac{\pi}{2}\gamma_z$. Der AW-Belag, der gegenüber dem AW-Belag $A' \sin \frac{x \cdot \pi}{t_p} - A' \cos \frac{\pi}{2}\gamma_z$ in Achse I örtlich und zeitlich 90° verschoben schwingt, wäre bei einem Vollkäfig $A'' \sin \frac{x}{t_p} \pi$. A'' bedeutet dabei die Amplitude des zu einem Vollkäfig ergänzten AW-Belages. Für einen polunterbrochenen Käfig folgt der AW-Belag im Bereich 0 bis

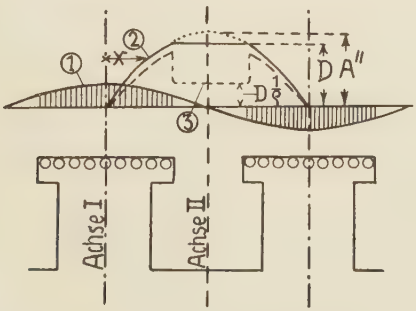


Bild 16.
(1) Strombelag. (2) Amperewindungsbelag.
(3) annähernde Feldverteilung.

$\frac{\pi}{2}\gamma_x$ und $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_x$ bis π in bezug auf Achse I der Funktion A'' $\sin\frac{x}{t_p}\pi$. Durch Fortfall der in der Pollücke gelegenen Stäbe nimmt der AW-Betrag von $\frac{\pi}{2}\gamma_x$ bis $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_x$ nicht mehr zu, bleibt konstant und auf dem Wert $D = A''$ $\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x$ bestehen. Das Feld dieses AW-Belages ist bei konstantem Luftspalt und sättigungslosem Zustand der Funktion

$$A'' \sin\frac{\pi}{t_p}x \tag{58 b}$$

im Bereich der Polbedeckung proportional. Über der Pollücke sinkt die Feldstärke entsprechend dem magnetischen Leitwert ab. Wir machen noch die vereinfachende und den wirklichen Verhältnissen sich nähernde Annahme, daß Polbedeckung γ und Käfigbedeckung γ_x zusammenfallen sollen. Außerdem wird die Pollücke im Bereich $\frac{\pi}{2}\gamma_x$ bis $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_x$ magnetisch gleichmäßig leitend angenommen. Den magnetischen Widerstand unter den Polen setzen wir 1 und den mittleren Widerstand der Pollücke ϱ. Die magnetische Feldstärke, die bei konstantem Luftspalt unter den Polen im Bereich 0 bis $\frac{\pi}{2}\gamma_x$ und $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_x$ bis π dem Wert A'' $\sin\frac{\pi}{t_p}x$ proportional ist, sinkt dann im Bereich $\frac{\pi}{2}\gamma_x$ bis $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_x$ auf den Betrag

$$\frac{1}{\varrho} A'' \sin\frac{\pi}{2}\gamma_x \tag{58 c}$$

ab. Die in der Käfigachse I und II schwingenden und vom Käfigstrombelag herrührenden Felder lassen sich nach dem Ansatz der Fourierschen Reihe in eine Grundwelle und Oberwellen zerlegen. Um für alle Käfigbedeckungen allgemein gültige Endbeziehungen aufzustellen, machen wir vorerst die vereinfachende Annahme, daß die Käfigbügel reaktanz- und widerstandslos sind. Dadurch können die Amplituden des zu einem Vollkäfig ergänzt gedachten AW-Belages des polunterbrochenen Käfigs A' und A'' in den beiden Achsen I und II gleich angenommen werden. Wir setzen sie gleich A. Bei der praktischen Rechnung müssen natürlich diese Annahmen der Wirklichkeit entsprechend richtiggestellt werden. In Wirklichkeit ist die Amplitude A' bei Stromschichtstellung $\zeta = 90$ größer als A''. Es muß bei zahlenmäßiger Rechnung der aus den späteren Kurven 7, 8, 9, 10 ermittelte AW-Betrag des in der Hauptachse schwingenden

Feldes im Verhältnis der Käfigimpedanz bei Stromschichtstellung $\zeta = 0$ zu der bei $\zeta = 90$ erhöht werden. Also ist:

$$A'' = A \text{ und } A' = A \sqrt{\frac{(x_\varkappa' + x_B')^2 + \left(\frac{R_\varkappa' + R_B'}{\sigma}\right)^2}{x_\varkappa^2 + \left(\frac{R_\varkappa}{\sigma}\right)^2}} = A \cdot k \,. \quad (59)$$

Die in Achse I und II pulsierenden AW-Beträge (58 a und 58 b, c) bzw. die durch sie hervorgerufenen Felder sollen jetzt in Sinusfelder ungrader ν-facher Ordnungszahl zerlegt werden. Die Amplituden dieser Sinusfunktionen nennen wir a_ν (in bezug auf Achse I) und b_ν (in bezug auf Achse II). Aus der bekannten Fourierschen Beziehung:

$$a_\nu \text{ bzw. } b_\nu = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \{f(x) - f(-x)\} \sin \nu \frac{x}{t_p} \, dx \quad (60)$$

ist ihr Betrag zu ermitteln.

Setzt man wie im vorliegenden Fall Sinusfunktionen ein, so wird

$$a_\nu \text{ bzw. } b_\nu = \frac{2}{\pi} A \int_0^{\pi} \sin \alpha \sin \nu \alpha \, d\alpha \,. \quad (61)$$

Da es im weiteren nicht auf die Absolutwerte, sondern nur auf diesen proportionale Wert ankommt, setzen wir zur Vereinfachung $\frac{2}{\pi} A = 1$ und nennen die in Achse I schwingenden Proportionalwerte der Sinusfunktionen a_ν', die in Achse II schwingenden a_ν''. Ihre Werte berechnen sich, wenn man in 58 a und 58 b, c für $\frac{x}{t_p} \pi$ den Winkel α einsetzt, wie folgt:

$$a_\nu' = \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa} \sin \alpha \cdot \sin \nu \alpha \, d\alpha - \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa} \cos \frac{\pi}{2} \gamma_\varkappa \cdot \sin \nu \alpha \, d\alpha \quad (62)$$

$$\left.\begin{aligned} a_\nu'' = {} & \int_0^{\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa} \sin \alpha \cdot \sin \nu \alpha \, d\alpha + \int_{\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin \nu \alpha \, d\alpha + \\ & + \frac{1}{\varrho} \int_{\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}^{\pi - \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa} \sin \frac{\pi}{2} \gamma_\varkappa \sin \nu \alpha \, d\alpha \,. \end{aligned}\right\} \quad (63)$$

$$a_\nu' = \frac{\sin(\nu-1)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)-\sin(\nu-1)\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{2(\nu-1)} -$$
$$-\frac{\sin(\nu+1)\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{2(\nu+1)}+\frac{\sin(\nu+1)\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{2(\nu+1)}+ \qquad (62)$$
$$+\frac{\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cos\nu\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{\nu}-\frac{\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cos\nu\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{\nu}$$

$$a_\nu'' = \frac{\sin(\nu-1)\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa-\sin(\nu-1)\left(\pi-\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)}{2(\nu-1)}+$$
$$+\frac{\sin(\nu+1)\left(\pi-\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\right)-\sin(\nu+1)\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}{2(\nu+1)}+ \qquad (63)$$
$$+\frac{2}{\varrho}\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cdot\cos\nu\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa}{\nu}.$$

Die vereinfachten Lösungen für die Ordnungszahlen $\nu = 1$ bis 13 sind:

$$a_1' = \frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa-\frac{1}{2}\sin\pi\gamma_\varkappa$$

$$a_3' = -\frac{\sin\pi\gamma_\varkappa}{2}-\frac{\sin 2\pi\gamma_\varkappa}{4}+\frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cdot\sin\frac{3}{2}\pi\gamma_\varkappa}{3}$$

$$a_5' = \frac{\sin 2\pi\gamma_\varkappa}{4}+\frac{\sin 3\pi\gamma_\varkappa}{6}-\frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cdot\sin\frac{5}{2}\pi\gamma_\varkappa}{5} \qquad (62)$$

$$a_7' = -\frac{\sin 3\pi\gamma_\varkappa}{6}-\frac{\sin 4\pi\gamma_\varkappa}{8}+\frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cdot\sin\frac{7}{2}\pi\gamma_\varkappa}{7}$$

$$a_9' = \frac{\sin 4\pi\gamma_\varkappa}{8}+\frac{\sin 5\pi\gamma_\varkappa}{10}-\frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_\varkappa\cdot\sin\frac{9}{2}\pi\gamma_\varkappa}{9}$$

$$a_{11}' = -\frac{\sin 5\pi\gamma_x}{10} - \frac{\sin 6\pi\gamma_x}{12} + \frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\sin\frac{11}{2}\pi\gamma_x}{11}$$

$$a_{13}' = \frac{\sin 6\pi\gamma_x}{12} + \frac{\sin 7\pi\gamma_x}{14} - \frac{2\cdot\cos\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\sin\frac{13}{2}\pi\gamma_x}{13} \qquad (62)$$

$$a_1'' = \frac{\pi}{2}\gamma_x - \frac{1}{2}\sin\pi\gamma_x + \frac{1}{\varrho}\sin\pi\gamma_x$$

$$a_3'' = \frac{\sin\pi\gamma_x}{2} - \frac{\sin 2\pi\gamma_x}{4} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 3\frac{\pi}{2}\gamma_x}{3}$$

$$a_5'' = \frac{\sin 2\pi\gamma_x}{4} - \frac{\sin 3\pi\gamma_x}{6} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 5\frac{\pi}{2}\gamma_x}{5}$$

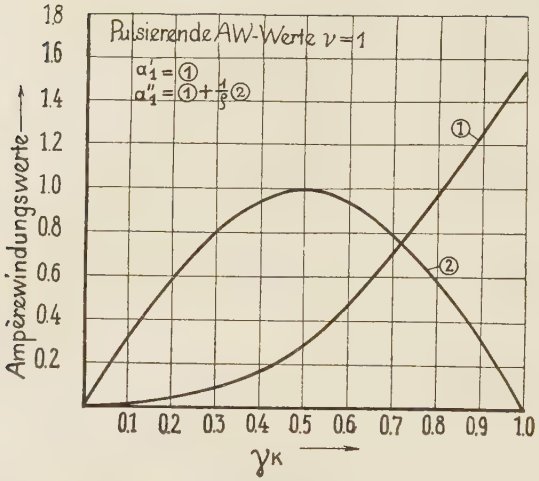
$$a_7'' = \frac{\sin 3\pi\gamma_x}{6} - \frac{\sin 4\pi\gamma_x}{8} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 7\frac{\pi}{2}\gamma_x}{7} \qquad (63)$$

$$a_9'' = \frac{\sin 4\pi\gamma_x}{8} - \frac{\sin 5\pi\gamma_x}{10} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 9\frac{\pi}{2}\gamma_x}{9}$$

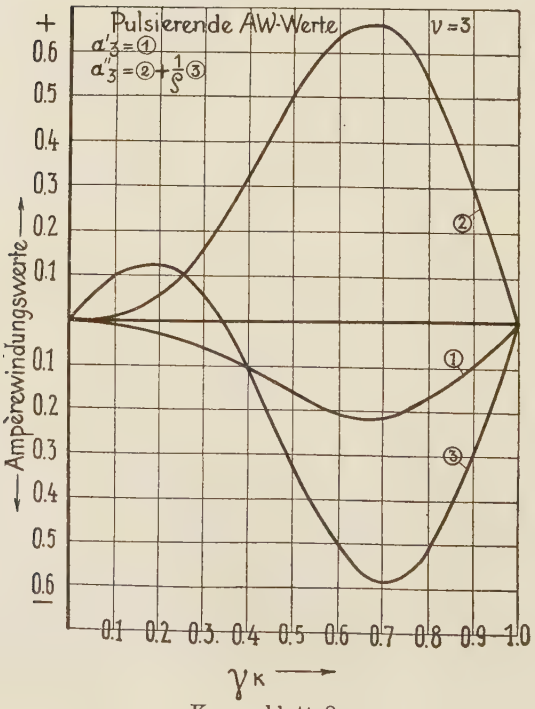
$$a_{11}'' = \frac{\sin 5\pi\gamma_x}{10} - \frac{\sin 6\pi\gamma_x}{12} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 11\frac{\pi}{2}\gamma_x}{11}$$

$$a_{13}'' = \frac{\sin 6\pi\gamma_x}{12} - \frac{\sin 7\pi\gamma_x}{14} + \frac{2}{\varrho}\cdot\frac{\sin\frac{\pi}{2}\gamma_x\cdot\cos 13\frac{\pi}{2}\gamma_x}{13}$$

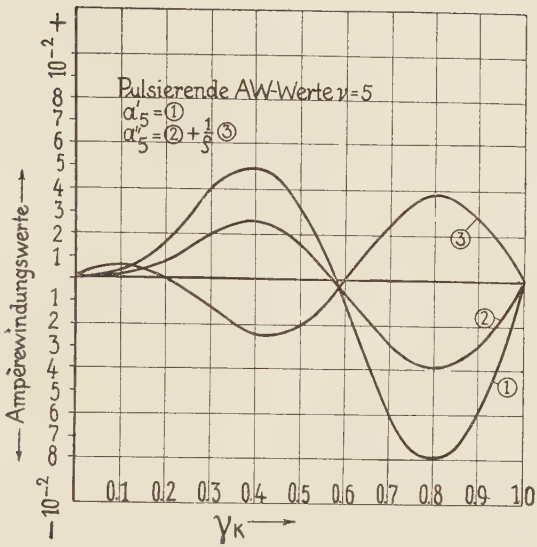
Zur Vereinfachung späterer Rechnung sind aus den Kurvenblättern Nr. 7, 8, 9, 10 für konstanten Luftspalt unter den Polen und die jeweiligen Käggbedeckungen $\gamma_x = 0$ bis 1 die den Amperewindungsamplituden proportionalen Werte a_ν' und a_ν'' leicht zu ermitteln. Um eventuell auch Eisensättigung zu berücksichtigen, sind die Werte a_ν' und a_ν'' als Amperewindungswerte angegeben. Durch Offenhalten der Größe ϱ gelten sie vorerst allgemein für Einanker-Umformer, Turboläufer und in erster Annäherung auch für Synchronmaschinen.



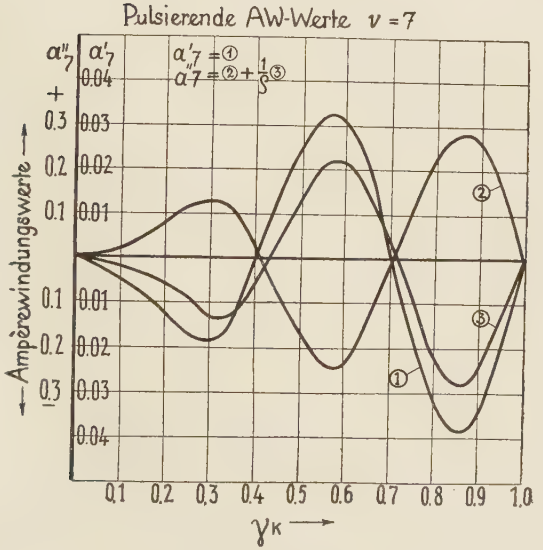
Kurvenblatt 7.



Kurvenblatt 8.



Kurvenblatt 9.



Kurvenblatt 10.

Die geometrische Addition der um 90° räumlich und zeitlich versetzt schwingenden Sinusfunktionen ungleicher Amplituden a_ν' und a_ν'' stellt ein elliptisches Drehfeld dar. Dieses kann in ein mit dem von der Netzwicklung ausgehenden induzierenden Grundfeld gleichläufiges mit der Bezeichnung $*Fr_\nu$ und in ein hierzu inverses $*Fl_\nu$ zerlegt werden. Nach Definition ist:

$$Fr_\nu + Fl_\nu = a_\nu'' \quad \text{also} \quad Fr_\nu = \frac{a_\nu'' + a_\nu'}{2}. \tag{64}$$

$$Fr_\nu - Fl_\nu = a_\nu' \qquad Fl_\nu = \frac{a_\nu'' - a_\nu'}{2}. \tag{65}$$

Es soll jetzt noch die Drehzahl der zum Grundfeld gleichläufigen und inversen Oberfelder gegenüber der Netzwicklung berechnet werden, sowie die Frequenz, welche von ihnen in der Netzwicklung induziert wird. Wir benennen mit:

ν Ordnungszahl der Oberfelder der Käfig *MMK*.
f Frequenz des Grundstromes in der Netzwicklung = zugeführte Netzfrequenz.
f_ν vom Käfigoberfeld in die Netzwicklung induzierte Frequenz.
σ Schlupf des Käfigs gegenüber dem Grundfeld.
σ_ν Schlupf der Netzwicklung gegenüber dem Käfigoberfeld.
n Tourenzahl des Grundfeldes gegen die Netzwicklung = synchrone Tourenzahl des Grundfeldes.
$n \cdot \sigma$ Tourenzahl des Grundfeldes gegen den Käfig.
$n(1-\sigma)$ mechanische Tourenzahl.
$n_{\nu\sigma}$ mechanische Tourenzahl, bei welcher das Käfigoberfeld gegenüber der Netzwicklung stillsteht.
n_ν Tourenzahl des Käfigoberfeldes gegen die Netzwicklung.
Es bestehen folgende Beziehungen:

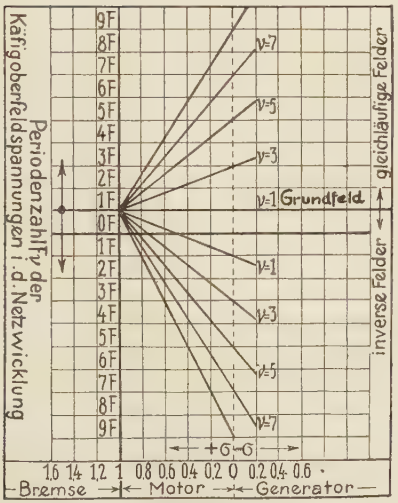
für gleichsinnige	für inverse Felder
$n_\nu = \frac{f \cdot \sigma \cdot 60}{\nu \cdot p} + n(1-\sigma)$	$n_\nu = -\frac{f \cdot \sigma \cdot 60}{\nu \cdot p} + n(1-\sigma)$. (66)
$f_\nu = f[\nu - \nu \cdot \sigma + \sigma]$	$f_\nu = f[\nu - \nu \cdot \sigma - \sigma]$. (67)
$n_{\nu\sigma} = n\left[1 + \frac{\nu}{1-\nu}\right]$	$n_{\nu\sigma} = n\left[1 - \frac{\nu}{1+\nu}\right]$. (68)
$\sigma_\nu = \frac{n_{\nu\sigma} - n(1-\sigma)}{n_{\nu\sigma}}$	$\sigma_\nu = \frac{n_{\nu\sigma} - n(1-\sigma)}{n_{\nu\sigma}}$. (69)
$f_\nu = f \cdot \sigma_\nu$	$f_\nu = f \cdot \sigma_\nu$. (70)
$n_\nu = n \cdot \sigma_\nu$	$n_\nu = n \cdot \sigma_\nu$ (71)

* r und l sind als Index zu lesen.

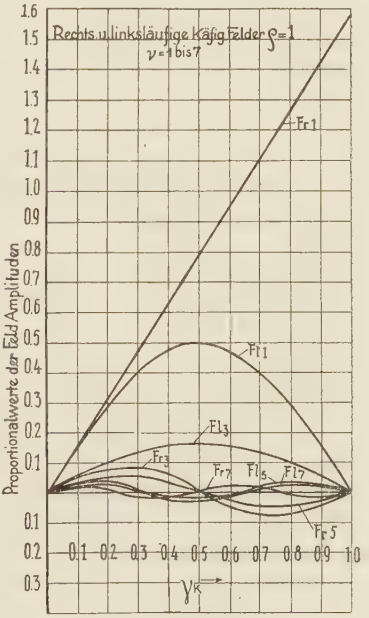
Der Zusammenhang zwischen Grundfeldschlupf und Oberwellenschlupf ist (aus 68 und 69):

$$\left.\begin{aligned} &\text{für gleichsinnige} \quad \sigma = \sigma_\nu \left[1 + \frac{\nu}{1-\nu}\right] - \frac{\nu}{1-\nu}\,, \\ &\text{für inverse} \quad \sigma = \sigma_\nu \left[1 - \frac{\nu}{1+\nu}\right] + \frac{\nu}{1+\nu}\,. \end{aligned}\right\} \tag{72}$$

Kurvenblatt 11 zeigt die von den Oberfeldern induzierte Frequenz in der Netzwicklung in Abhängigkeit vom Grundwellenschlupf σ für die Ordnungszahlen $\nu = 1$ bis 9.



Kurvenblatt 11.



Kurvenblatt 12.

Im Kurvenblatt 12 sind die gleichläufigen und inversen Käfigfelder der Ordnungszahlen $\nu = 1$ bis $\nu = 7$ für polunterbrochene Käfige ($\gamma_k = 0$ bis 1) mit konstantem Luftspalt ($\varrho = 1$) dargestellt. Sie gelten für Asynchronmotore und Turboläufer.

Das mit dem induzierenden Grunddrehfeld gleichsinnig drehende Käfigfeld erster Ordnung Fr_1 nennen wir das Grundfeld des Käfig-

grundstromes. Dieses Feld steht relativ zu dem von dem Netzwicklungsstrom gebildeten Grundfeld still und setzt sich mit diesem zum resultierenden induzierenden Grundfeld zusammen. Das nutzbare Drehmoment, das wir nach der Beziehung

$$\frac{U^2}{Z_0^2} \cdot \frac{f_{\bar{m}}}{f_{m_0}} \cdot \frac{z_{x_0}^2}{z_{x_e}^2} \cdot \frac{m_1 \cdot R_e' \, 0{,}975}{\sigma \cdot n} \tag{54}$$

bereits berechnet haben, wird von diesem induzierenden Feld mit der Wattkomponente des gleichsinnig laufenden Amperewindungsbelages erster Ordnung des Käfigs gebildet. Das inverse Drehfeld erster Ordnung und die mit dem Grundfeld gleichläufigen sowie die dazu inversen Oberfelder rotieren bei Bewegung zwischen Käfig- und Netzwicklung mit anderer Geschwindigkeit zur Netzwicklung wie das induzierende Grundfeld. Sie werden auch nicht durch einen vom Netz ausgehenden AW-Betrag kompensiert und induzieren in der Netzwicklung Ströme anderer Periodenzahlen als die Netzfrequenz, wie die Frequenzkurve 11 zeigt, und schließen sich über das Netz kurz. Für die von Drehfeldern dritter Ordnung induzierten Spannungen gilt auch das in der Einleitung erwähnte. Sie heben sich in einer ⅄-Wicklung auf, in einer △ bzw. Ring- oder in mit Nullpunktverbindungen versehenen Stern-Wicklung schließen sie sich infolge ihrer Gleichphasigkeit in den Wicklungen der Maschine selbst kurz. Die in der Netzwicklung von den Oberfeldern induzierten Kurzschlußströme bilden mit den sie erzeugenden Feldern Drehmomente, die sich über das mittlere vom Grunddrehfeld erzeugte Drehmoment lagern. Diese Drehmomente sind motorisch oder generatorisch, je nachdem die mechanische Tourenzahl der Maschine einen untersynchronen oder übersynchronen Lauf gegenüber dem Oberfeld besitzt. Der Synchronismus für das vom Käfig ausgehende Oberfeld ist die Tourenzahl, bei der das Oberfeld gegenüber der Netzwicklung stillsteht. In der Nähe dieser Tourenzahl übt das Oberfeld auch sein maximales Drehmoment aus. Oberhalb und unterhalb dieses Punktes ist das Drehmoment relativ klein. Bei der Beurteilung der vom Käfig ausgehenden Oberfelder und der von ihnen mit den Netzwicklungsströmen erzeugten Drehmomente ist zu berücksichtigen: Die vom Käfig ausgehenden mit dem Grundfeld gleichläufigen Oberfelder üben ein negatives mechanisches Drehmoment im Bereich des Stillstands bis zum Synchronismus der Maschine aus, wenn man das nach außen wirkende mechanische Drehmoment des Grundfeldes positiv zählt. Da diese mit dem Grundfeld gleichläufigen Oberfelder beim motorischen Betrieb $\sigma = 1$ bis 0 nie in Synchronis-

mus zur Netzwicklung kommen (Kurvenblatt 11), können sie kein nennenswertes Drehmoment ausüben und auch keine Einsattelung der Drehmomentkurve des Grundfeldes hervorrufen. Nur wenn die Maschine mechanisch entgegengesetzt dem Grundfeld angetrieben würde (Bremsbetrieb), könnten sich auch die gleichläufigen Oberfelder in der Nähe ihres Synchronismus bemerkbar machen. Bei motorischem Betrieb üben dagegen die zum Käfig invers laufenden Drehfelder im Bereich des Stillstandes bis zum Synchronismus mit der Netzwicklung ein positives mechanisches Drehmoment aus. Nach dem Synchronismus des Oberfeldes, der für die inversen Felder aller Ordnungszahlen zwischen dem Grundwellenschlupf $\sigma = 1$ bis 0,5 liegt (Kurvenblatt 11), dreht sich die Wirkung um. Die bis dahin positiv wirkenden Felder wirken von hier ab negativ, also bremsend. Es sind daher nur die linksläufigen Felder beachtenswert, welche kurz hinter ihrem Synchronismus mit der Netzwicklung das größte negative Moment aufweisen und eine Einsattelung im Grunddrehmoment verursachen können. Wir kommen noch einmal auf das Kurvenblatt 12 zurück. In diesem zeigt sich, daß das inverse Feld erster Ordnung gegenüber dem gleichläufigen Feld erster Ordnung noch bei größeren Käfigbedeckungen schon relativ groß ist. Dieses inverse Drehfeld des Käfiggrundstromes wirkt in der Nähe seiner synchronen Tourenzahl, also kurz nach der halben synchronen Tourenzahl des Grundfeldes, stark bremsend. Dies stimmt auch mit der Erfahrung überein. Turboläufer und Asynchronmotore mit herausgebrochenen Läuferstäben zeigen nämlich im asynchronen Anlauf die Neigung, bei halber synchroner Tourenzahl hängen zu bleiben. Bei Polrädern mit ausgeprägten Polen (Synchronmaschinen) tritt das inverse Feld erster Ordnung des Käfiggrundstromes weniger stark auf, was sofort aus den Werten a_1' u. a_1'' (62 u. 63) einzusehen ist. Diese Werte unterscheiden sich lediglich durch den Betrag $\frac{1}{\varrho} \sin \pi \cdot \gamma_\varkappa$. Wird der Wert $\varrho = 1$ [bzw. wie beim Turboläufer wegen der ungenuteten Käfiglücke größer als 1], so ist der Unterschied der Feldstärke, die der Käfig-AW-Belag in den Achsen I u. II hervorruft, recht groß, und demzufolge ist der Betrag des inversen Feldes gegenüber dem des gleichläufigen auch groß. Ist aber der Wert ϱ größer als 1 und wie bei ausgeprägten Polen etwa $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{6}$ für $\gamma = 0{,}75—0{,}65$, so ist der Wert a_1' nahezu a_1'', und es ist deshalb das inverse Drehfeld erster Ordnung relativ klein. Synchronmotore weisen daher bei der halben synchronen Tourenzahl keine

oder nur eine ganz geringe Einsattelung in der Drehmomentkurve auf.

Es sei bei Kurve 12 noch nachträglich auf folgendes hingewiesen. Es ist die magnetomotorische Kraft des gleichläufigen Amperewindungsbelages gleichzeitig auch der Wattkomponente des Käfigstrombelages proportional. Da das mittlere Drehmoment des Grunddrehfeldes mit der Wattkomponente des gleichsinnig drehenden AW-Belages erster Ordnung des Käfigs gebildet wird, so muß dieses Drehmoment auch dem AW-Wert Fr_1 proportional sein. Die Proportionalität zwischen γ_x und Fr_1 der Kurve 12 zeigt, daß das mittlere Drehmoment der Polbedeckung proportional ist. Am Anfang hatten wir bereits auf andere Weise abgeleitet, daß das mittlere Drehmoment eines idealisierten polunterbrochenen Käfigs γ_x proportional ist [Gleichung (15), (16), Kurvenblatt 5], was sich hier nochmals bestätigt.

b) Der Kürze halber soll hier auf die Ableitungen verzichtet und nur das Endergebnis für die zahlenmäßige Berechnung der Oberfeld-Drehmomente angegeben werden. Berücksichtigt man den Anteil der magnetisierenden Komponente des Oberfeldes nicht, so ergibt sich das Oberfelddrehmoment $M_{d\nu}$ ähnlich der Beziehung des Grunddrehmomentes in mkg aus folgender Beziehung:

$$M_{d\nu} = \left.\begin{aligned} & \frac{U^2 \frac{f\bar{m}}{f_{m_0}} \left(\frac{Fl_\nu\,{}^0\!/_0}{100} \cdot \frac{1}{\nu}\right)^2}{\left\{x_1 \frac{\xi_1}{\xi_\nu} + \frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{\frac{R_1}{\sigma_\nu} \cdot \frac{\xi_1}{\xi_\nu} + \frac{R_x' + R_B'}{\sigma \cdot f_{e_0}}\right\}^2} \cdot \\ & \cdot \frac{(x_x' + x_B')^2 + \left(\frac{R_x' + R_B'}{\sigma}\right)^2}{x_e'^2 + \left(\frac{R_e'}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m_1 \cdot R_1 \cdot 0{,}975 \cdot \nu}{\sigma_\nu \cdot n} \cdot \end{aligned}\right\} \quad (73)$$

Dabei ist Fl_ν in % von Fr_1 eingesetzt. Fl_ν ist aus den vorhergehenden Gleichungen (62 u. 63 bzw. Kurvenblatt 7—10) zu ermitteln. a_ν' ist entsprechend den wirklichen Verhältnissen wie durch (59) angegeben auf $a_\nu' \cdot k$ zu erhöhen. $Fl_\nu{}^0\!/_0$ ist $\frac{a_\nu'' - a_\nu' \cdot k}{a_1'' + a_1' \cdot k} \cdot 100$. ξ_ν bedeutet den Wickelfaktor des Oberfeldes in bezug auf die Netzwicklung, ξ_1 bedeutet den Wickelfaktor des Grundfeldes in bezug auf die Netzwicklung. Für das inverse Oberfeld erster Ordnung wird $\xi_\nu = \xi_1$ und $\nu = 1$. Will man die magnetisierende Komponente

von Grund und Oberfeld berücksichtigen, so müßte das Quadrat der Impedanz der Maschine, d. h. der erste Nenner der Gleichung (73) ausgedrückt werden durch:

$$z_\nu^2 = \left\{ C_\nu \, x_1 \frac{\xi_1}{\xi_\nu} + C_1 \frac{x_2'}{f_{e_0}} \right\}^2 + \left\{ C_\nu \frac{R_1 \cdot \xi_1}{\sigma_\nu \cdot \xi_\nu} + C_1 \frac{R_2'}{f_{e_0} \cdot \sigma} \right\}^2 \qquad (74)$$

wobei $C_1 = \dfrac{U}{EMK_0}$ und $C_\nu = \dfrac{U_\nu}{EMK_{\nu 0}}$ ist. D. h. C_ν ist analog C_1 das Verhältnis von Käfigoberfeldspannung zu induzierter Oberwellenspannung bei offen gedachter Netzwicklung und induzierender Wirkung der magnetisierenden Komponente des Oberfeldes. Mit Rücksicht auf eine gewisse Sicherheit bei der Erfassung der Sattelpunkte der Oberfelddrehmomente ist es aber vorteilhaft, die magnetisierende Komponente nicht zu berücksichtigen, denn dann werden die errechneten Werte etwas größer, als sie in Wirklichkeit auftreten können; auch ist diese genauere Fassung für praktische Rechnung unnötig kompliziert und nur der Vollständigkeit wegen angegeben.

Das Maximum des Drehmomentes des Oberfeldes tritt ein für den Oberfeldschlupf:

$$\sigma_\nu \approx \frac{R_1 \dfrac{\xi_1}{\xi_\nu}}{\sqrt{\left\{ \dfrac{R_2'}{f_{e_0} \cdot \sigma} \right\}^2 + \left\{ \dfrac{x_2'}{f_{e_0}} + \dfrac{x_1 \xi_1}{\xi_\nu} \right\}^2}}. \qquad (75)$$

c) Im Bild 17 sind drei für gleiche Klemmenspannungen errechnete Drehmomentkurven eines asynchronen Kurzschlußmotors angegeben: Kurve 1 gibt das Drehmoment des normalen Vollkäfigs. Kurve 2 u. 3 das aus dem gleichläufigen Grunddrehfeld und dem inversen Käfigoberfeld erster Ordnung resultierende mittlere Drehmoment des gleichen Käfigs an, der aber durch Entfernen entsprechender Stäbe im Fall 2 auf $\gamma_x = 0{,}5$ und im Fall 3 auf $\gamma_x = 0{,}25$ verändert gedacht wurde. Die Ringe des Käfigs wurden unverändert gelassen. Die Größe der Käfigoberfelder höherer Ordnung und ihr Drehmoment ist gegenüber dem Drehmoment des Grunddrehfeldes hier relativ gering, weshalb sie nicht in Erscheinung treten.

d) Bisher wurde nur der vom Grunddrehfeld b induzierte Käfigstrombelag bei der Bestimmung der Oberfelder und der von ihnen hervorgerufenen Drehmomente berücksichtigt. Der Vollständigkeit

halber sei noch auf den Einfluß des elliptischen Drehfeldes hingewiesen. Wie eingangs bereits festgestellt (s. Bild 14), lagert sich ein pulsierendes Feld infolge der ungleichen Käfigimpedanz über das Grunddrehfeld b. Die soeben berechneten Oberfelddrehmomente müssen streng genommen durch den vom pulsierenden Feld induzierten Käfigstrombelag etwas beeinflußt werden, da das Feld a—b einen zusätzlichen Amperewindungsbelag in der Käfigachse I hervorruft, der den Wert a_ν' entsprechend vergrößert. Der Vollständigkeit halber tragen wir nach: Das Oberfelddrehmoment unter Berücksichtigung des elliptischen Drehfeldes sei $Md_{\nu\,\mathrm{res.}}$ und ist für annähernd gleiche Phasenverschiebung zwischen Käfigstrom und Käfigspannung in den Achsen I u. II angenähert gegeben durch die Beziehung:

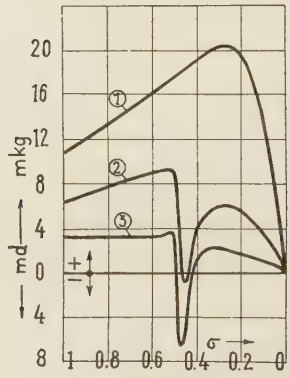


Bild 17.

$$M_{d\nu_{\mathrm{res.}}} = \frac{M_{d\nu}}{(F l_\nu)^2} \cdot k_r^2 \cdot \left| \frac{a_\nu'' - a_\nu' \cdot k \cdot k_e}{a_1'' + a_1' k \cdot k_e} \right|^2 . \tag{76}$$

Darin ist

$$k_r = \frac{EMK_a + EMK_b}{2 \cdot EMK_b} . \tag{77}$$

EMK_b ist die dem Feld b des elliptischen induzierenden Drehfeldes äquivalente EMK und gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} EMK_b = \frac{U}{\sqrt{\left| x_1 + \frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}} \right|^2 + \left| R_1 + \frac{R_x' + R_B'}{f_{e_0} \cdot \sigma} \right|^2}} \cdot \\ \cdot \sqrt{\left(\frac{x_x' + x_B'}{f_{e_0}} \right)^2 + \left(\frac{R_x' + R_B'}{f_{e_0} \cdot \sigma} \right)^2} = J_{x_0} \cdot z_{x_0} . \end{aligned}\right\} \tag{78}$$

EMK_a ist die dem Feld a entsprechende EMK und gegeben durch:

$$EMK_a = \frac{U}{\sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_x'}{f_{e90}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_x'}{f_{e90}\cdot\sigma}\right\}^2}} \cdot \left| \begin{array}{l} \\ \\ \cdot\sqrt{\left(\frac{x_x'}{f_{e90}}\right)^2 + \left(\frac{R_x'}{f_{e90}\cdot\sigma}\right)^2} = J_{x90}\cdot z_{x90}\cdot \end{array} \right| \quad (79)$$

$$k_e = \frac{EMK_a}{EMK_b}. \quad (80)$$

III. Teil.

Der Anlaufstrom.

a) Der beim Anlauf aufgenommene Strom einer Maschine mit polunterbrochenem Käfig setzt sich zusammen aus dem auftretenden Magnetisierungsstrom i_μ, aus dem Käfigstrom J_x, aus dem Strom, der die Eisen- und Zusatzverluste deckt, und aus dem in der Erregerwicklung induzierten Strom, falls die Erregerwicklung direkt oder über Widerstände kurzgeschlossen ist.

Der Eisenverluststrom im lamellierten Anker und den Polen ist gegenüber dem aufgenommenen Käfigstrom besonders bei Anlauf mit Teilspannung relativ klein und kann praktisch vernachlässigt werden. Der auftretende Zusatzstrom, der sich infolge der massiven Eisenteile des Joches ausbildet, wird ebenfalls relativ klein gegenüber dem Käfigstrom bleiben. Außerdem ist die Bestimmung desselben nicht leicht und würde hier zu weit führen. Auch von dem Strom, der in der Erregerwicklung entsteht, sehen wir ab, da in vorliegender Arbeit lediglich das Drehmoment der Käfigwicklung bestimmt werden sollte und die Erregerwicklung beim Anlauf offen bzw. über einen den Strom stark begrenzenden Widerstand kurzgeschlossen angenommen wurde. (Die Einwirkung der geschlossenen Erregerwicklung auf die Stromaufnahme bzw. ihr Drehmoment kann im übrigen jetzt dadurch berücksichtigt werden, daß man die Impedanz der Erregerwicklung und ihres äußeren Schließungskreises der Käfigimpedanz für die Stromschichtstellung $\zeta = 90^0$ parallel geschaltet denkt.)

Wir beschränken uns daher auf eine gröbere Bestimmung des Anlaufstromes, der sich lediglich aus Käfigstrom und Magne-

tisierungsstrom zusammensetzen soll, was für praktische Verhältnisse zur Berechnung des Anlaßtransformators meist ausreichend ist.

Infolge der unterschiedlichen Käfigimpedanz ist der aufgenommene Strom der einzelnen Phasen ungleich und von der Lage der Käfighauptachse zur Windungsebene der Phasenwicklung abhängig. Auch der Magnetisierungsstrom hängt von der Lage der

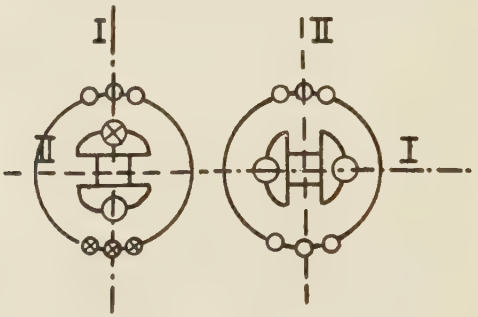


Bild 18 b. Bild 18 a.

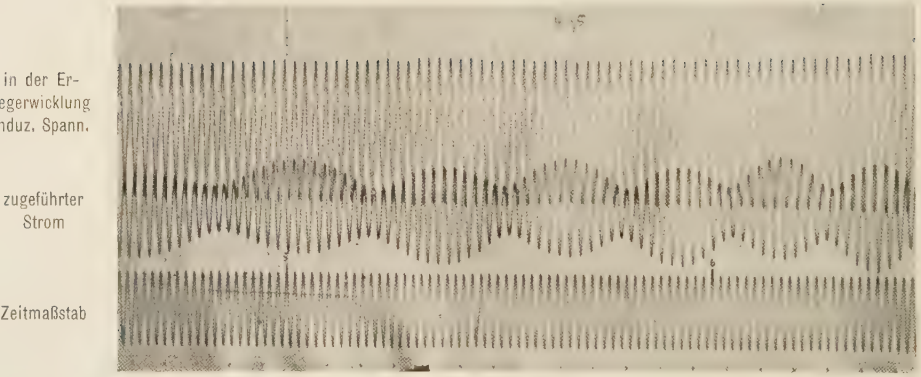
Phasenwicklung zur Polachse oder Pollücke bei Maschinen mit ausgeprägten Polen ab. Es tritt jedenfalls für die Phase, die mit der Windungsebene in der Ebene der Käfighauptachse liegt, der größte Strom auf, weil der von dieser Phase ausgehende Fluß mit dem Käfig bei dieser Stellung am besten verkettet ist (Bild 18 b). Eine 90 elektrische Grade gegen diese verschobene Phase (Bild 18 a) führt aus demselben Grunde dann den kleinsten Strom.

Wir bestimmen zunächst den Käfigstrom, den die Maschine unter Vernachlässigung des Spannungsabfalls des noch unbekannten Magnetisierungsstromes aufnimmt. Der maximale Käfigstrom der Maschine ist

$$J_{\varkappa\max} = \frac{U}{\sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_2'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_2'}{f_{e_0}\cdot\sigma}\right\}^2}}, \qquad (81)$$

wobei für Stillstand $\sigma = 1$ ist und dieser Strom in der Phase auftritt, deren Windungsebene gerade in der Käfighauptachse liegt. Der in einer um den Winkel ζ gegen diese Phase verschobenen Wicklung auftretende Strom ist

Bild 19.



$\sigma \sim 0{,}95$.

$$J_{\varkappa\zeta} = \frac{U}{\sqrt{\left\{x_1 + \frac{x_\varkappa' + x_B' \cos\zeta}{f_{e\zeta}}\right\}^2 + \left\{R_1' + \frac{R_\varkappa + R_B \cos\zeta}{f_{e\zeta} \cdot \sigma}\right\}^2}}. \quad (82)$$

Der kleinste Käfigstrom tritt für $\zeta = 90$ auf und in der Phase, die mit ihrer Windungsebene in der Käfigachse II liegt.

Bei Bewegung zwischen Netzwicklung und Käfig schwankt der Phasenstrom zwischen dem Wert $J_{\varkappa_{max}}$ und $J_{\varkappa_{min}}$, was man auch an einem Instrument (Amperemeter) sehen kann und was das Oszillogramm (Bild 19) eines asynchron anlaufenden Turbos zeigt (siehe auch Arnold V 9. Kap. S. 188 Asynchr. Motor mit einphasiger Rotorwicklung).

Der quadratische Mittelwert der Phasenströme ist für einen bestimmten Schlupfzustand und einen vollen elektrischen Umlauf des Polrades gleich groß. Bei genügend großer Tourenzahl und entsprechender Trägheit des Meßinstrumentes weist dieses einen konstanten Ausschlag auf, der dem quadratischen Mittelwert des Stromes entspricht.

Zu dem Käfigstrom addiert sich geometrisch noch der Magnetisierungsstrom, der jetzt bestimmt werden soll.

b) Das induzierende Feld denken wir uns aus zwei in Achse I u. II zeitlich 90° phasenverschoben schwingenden AW-Belägen entstanden. Betrachten wir zunächst das Grundfeld der Maschine, das in Achse I wie II wir vorerst gleichbleibend annehmen, so muß der AW-Belag in Achse II beträchtlich größer sein als der in Achse I, um ein Sinusfeld mit konstanter Amplitude in den beiden Achsen hervorzurufen. In Bild 2 ist der Induktionsverlauf in der Luft, der unter dem Einfluß sinusförmiger AW-Schichten auftritt, in erster Annäherung angedeutet. Der Feldbelag, den der AW-Belag hervorbringt, ist infolge der Pollücke stark deformiert und weicht von der sinusförmigen Verteilung beträchtlich ab. Wie bereits in der Einleitung auseinandergesetzt wurde, induziert lediglich das Feld erster Ordnung eine Spannung, die der induzierten Spannung erster Ordnung entspricht. Die Oberwellen, die man in rechts- und linksläufige Drehfelder zerlegt denken kann, schließen sich bei Bewegung über das Netz kurz und brechen bis auf ihr Kurzschlußfeld zusammen.

Wir nehmen zunächst die Amplituden des induzierenden AW-Belages in Achse I wie II gleich an und berechnen durch Zerlegung der deformierten Feldbeläge in eine Sinusreihe nach den

Fourierschen Beziehungen die Amplituden des induzierenden Feldes n-ter Ordnung.

Es sei die Amplitude des Amperewindungsbelages in Achse I wie II gleich A und der Verlauf des Belages durch die Funktion $A \cdot \sin \alpha$ gegeben. Außerdem legen wir die gleichen Verhältnisse wie bei den Oberfeldbestimmungen (Kap. II) für die Leitfähigkeit der Pollücke zugrunde und berechnen das Grundfeld für konstanten Luftspalt unter den Polen. γ ist der Polbedeckungsfaktor $= \frac{\text{Polbreite}}{\text{Polteilung}}$

Die unter dem Einfluß des konstanten AW-Belags $A \sin \alpha$ auftretende Amplitude des Grundfeldes nennen wir in Achse I Φ_1' und in Achse II Φ_1''. Für sättigungslosen Zustand ist der Fluß diesem Amplitudenwert Φ_1' und Φ_1'' direkt proportional, bei Sättigung folgt er aus der magnetischen Charakteristik für die entsprechenden AW-Werte Φ_1' bzw. Φ_1''.

Der AW-Belag, der in Achse I schwingt (Bild 2), hat in bezug auf Achse II die Funktion $A \sin \alpha$ im Bereich $\frac{\pi}{2}(1-\gamma)$, bis $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\gamma$. Im Bereich 0 bis $\frac{\pi}{2}(1-\gamma)$ und $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\gamma$ bis π sinkt seine magnetisierende Wirksamkeit infolge der Pollücke auf den Wert $\frac{1}{\varrho} \cdot A \cdot \sin \alpha$.

Die Amplituden Φ_n' der Sinusreihe ($n =$ Ordnungszahl), in die wir die dem AW-Belag proportionale magnetische Feldstärke zerlegt denken, werden

$$\Phi_n' \equiv A \cdot \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1}{\varrho} \int_0^{\frac{\pi}{2}(1-\gamma)} \sin \alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha + \int_{\frac{\pi}{2}(1-\gamma)}^{\frac{\pi}{2}(1+\gamma)} \sin \alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha + \frac{1}{\varrho} \int_{\frac{\pi}{2}(1+\gamma)}^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha \right\} \quad (83)$$

Der AW-Belag, der in Achse II schwingt, folgt in bezug auf Achse I der Funktion $A \sin \alpha$ (Bild 2) im Bereich 0 bis $\frac{\pi}{2}\gamma$ und $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma$ bis π Seine magnetisierende Wirksamkeit sinkt im Bereich $\frac{\pi}{2}\gamma$ bis $\pi - \frac{\pi}{2}\gamma$ gegenüber dem Luftspalt unter den Polen auf den Wert $\frac{1}{\varrho} \cdot A \cdot \sin \alpha$ ab. Die Amplituden der Sinusreihe, in die wir die dem AW-Belag proportionale magnetische Feldstärke wieder zerlegen können, sind

$$\Phi_n'' \equiv A \cdot \frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}\gamma} \sin\alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha + \frac{1}{\varrho}\int_{\frac{\pi}{2}\gamma}^{\pi-\frac{\pi}{2}\gamma} \sin\alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha + \int_{\pi-\frac{\pi}{2}\gamma}^{\pi} \sin\alpha \cdot \sin n\alpha \, d\alpha\right] \quad (84)$$

Die Lösungen der Gl. 83 u. 84 sind:

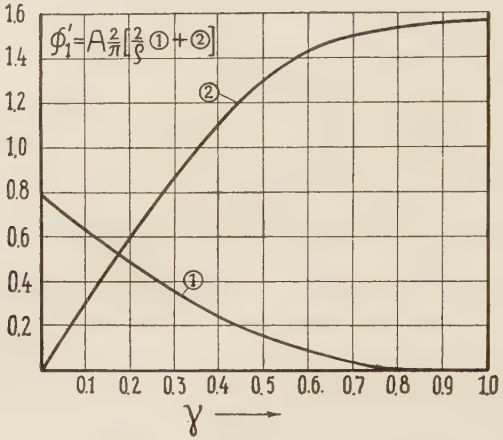
$$\Phi_1' = A\frac{2}{\pi}\left[\frac{2}{\varrho}\left\{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\gamma - \frac{1}{4}\sin\pi\gamma\right\} + \frac{\pi}{2}\gamma + \frac{\sin\pi\gamma}{2}\right] \quad (83\,a)$$

$$\Phi_1'' = A\frac{2}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\gamma - \frac{\sin\pi\gamma}{2} + \frac{1}{\varrho}\left\{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi\gamma}{2} + \frac{\sin\pi\gamma}{2}\right\}\right] \quad (84\,a)$$

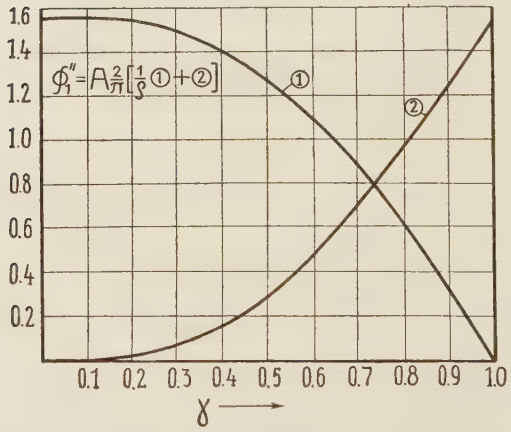
$$\Phi_n' = A \cdot \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{\varrho}\left\{\frac{\sin(n-1)\frac{\pi}{2}(1-\gamma) + \sin(n-1)\pi - \sin(n-1)\frac{\pi}{2}(1+\gamma)}{2(n-1)} + \frac{\sin(n+1)\frac{\pi}{2}(1+\gamma) - \sin(n+1)\pi - \sin(n+1)\frac{\pi}{2}(1-\gamma)}{2(n+1)}\right\} + \frac{\sin(n-1)\frac{\pi}{2}(1+\gamma) - \sin(n-1)\frac{\pi}{2}(1-\gamma)}{2(n-1)} + \frac{\sin(n+1)\frac{\pi}{2}(1-\gamma) - \sin(n+1)\frac{\pi}{2}(1+\gamma)}{2(n+1)}\right] \quad (83\,b)$$

$$\Phi_n'' = A \cdot \frac{2}{\pi}\left[\frac{\sin(n-1)\frac{\pi}{2}\gamma + \sin(n-1)\pi - \sin(n-1)\left(\pi - \frac{\pi}{2}\gamma\right)}{2(n-1)} + \frac{\sin(n+1)\left(\pi - \frac{\pi}{2}\gamma\right) - \sin(n+1)\pi - \sin(n+1)\frac{\pi}{2}\gamma}{2(n+1)} + \frac{1}{\varrho}\left\{\frac{\sin(n-1)\left(\pi - \frac{\pi}{2}\gamma\right) - \sin(n-1)\frac{\pi}{2}\gamma}{2(n-1)} - \frac{\sin(n+1)\left(\pi - \frac{\pi}{2}\gamma\right) - \sin(n+1)\frac{\pi}{2}\gamma}{2(n+1)}\right\}\right] \quad (84\,b)$$

Die Werte Φ_n' und Φ_n'' höherer Ordnungszahl als 1 interessieren hier nicht.



Kurvenblatt 13 Gleichung (83 a).



Kurvenblatt 14 (Gleichung 84 a).

Aus den Kurven 13 und 14 ist der Amplitudenwert der magnetischen Feldstärke eines in Achse I und II schwingenden Amperewindungsbetrages erster Ordnung für die einzelnen Polbedeckungen γ und konstanten Luftspalt unter den Polen leicht berechenbar. Wie man durch Einsetzen von Zahlen für γ und ϱ sofort sieht, z. B.

$$\begin{matrix}\gamma = 0.7 \\ \varrho = 6\end{matrix} \quad \Phi_1' = \text{A.}\,0{,}97\,; \quad \Phi_1'' = \text{A.}\,0{,}537$$

weicht die vom Amperwindungsbelag A in der Pollücke hervorgebrachte Feldstärke Φ_1'' stark von der in Achse I auftretenden Φ_1' ab.

Wir können mit Hilfe der Werte Φ_1' und Φ_1'' den notwendigen Amperwindungsbetrag bzw. den Magnetisierungsstrom einer Maschine mit ausgeprägten Polen errechnen. Der für ein bestimmtes Feld und einen dem reduzierten Luftspalt der Maschine entsprechenden, aber über der Polteilung t_p konstant bleibenden Luftspalt ermittelte Magnetisierungsstrom i_μ einer in Achse II liegenden Phase muß sich für dasselbe Feld bei ausgeprägten Polen auf den Wert $i_{\mu 2} = i_\mu \frac{1}{\Phi_1'}$ (85), für eine in Achse I liegende Phase auf den Wert $i_{\mu 1} = i_\mu \cdot \frac{1}{\Phi_1''}$ (86) erhöhen. Der Vollständigkeit halber sei noch darauf hingewiesen, daß in demselben Verhältnis wie der Magnetisierungsstrom sich auch die Flüsse der höheren Ordnungszahlen Φ_n' und Φ_n'' der gleichen AW-Amplitude A erhöhen, was aber hier nicht weiter interessiert. Ist das Feld nicht ein reines Drehfeld, sondern ein elliptisches (Bild 14), so verändern sich die Magnetisierungsströme entsprechend der Änderung der Ellipsenvektoren des Luftspaltfeldes.

Durch die Gleichungen 78 und 79 sind die Achsen der elliptischen *EMK* des Käfigs bestimmt. Daraus läßt sich das zu irgendeiner Phasenlage gehörige Luftspaltfeld und der zugehörige Magnetisierungsstrom ermitteln (siehe auch Rechnungsbeispiel IV d).

Der maximale aufgenommene Phasenstrom der Maschine bei Stillstand ist die geometrische Summe aus dem maximalen Käfigstrom $J_{\varkappa\,\max}$ und dem dabei auftretenden Magnetisierungsstrom [er ist $J_{\varkappa\,\max} \mathbin{\widehat{+}} i_\mu \cdot \frac{1}{\Phi_1''}$]. Der minimale Strom tritt auf, wenn die Achse I des Käfigs zur Windungsebene der Phase 90° verschoben steht [er ist bei großer Phasenverschiebung $J_{\varkappa\,\min} \mathbin{\widehat{+}} i_\mu \cdot \frac{1}{\Phi_1'}$]. Der nach außen in den Zuleitungen auftretende Strom ist bei einer △ oder dieser analogen geschlossenen Wicklung die Differenz zweier Phasenströme.

Tritt Bewegung zwischen Käfig- und Netzwicklung ein, so schwankt der Phasenstrom zwischen seinem Maximal- und Minimalwert. Der Anlaufstrom der Phase ist mit grober Annäherung für

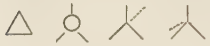
einen vollen Umlauf des Käfigs gegenüber der Phase $J_A = {}^1/_2 \{J_{z\max} \widehat{+} i_{\mu 1} + J_{z\min} \widehat{+} i_{\mu 2}\}$. Strenggenommen hätte man den quadratischen Mittelwert der Stromvektoren

$$\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^2 \cdot d\zeta}$$

zu bilden, um den effektiven Phasenstrom für einen Umlauf zu ermitteln, wobei $r = f(\zeta)$ der jeweilige Vektor aus Käfigstrom und Magnetisierungsstrom ist. Diese Ermittlung wäre rechnerisch sehr aufhaltend und würde nicht zu viel genaueren Werten als den in grober Annäherung ermittelten führen.

Es sei der Vollständigkeit halber noch erwähnt, daß bei Bewegung in Wirklichkeit die Stromverhältnisse nicht so einfach liegen, wie eben dargestellt wurde. Nur bei Stillstand und geringer Tourenzahl treffen die vorigen Überlegungen zu. Bei großem Schlupf kommt nämlich auf eine mechanische Winkeldrehung um eine ganze Polteilung eine größere Anzahl von Perioden der Phasenspannung bzw. des Stromes (s. auch Oszillogramm Bild 19), so daß sich der Einfluß der ungleichen Käfigimpedanz weniger in einer Verzerrung der Sinusform des Phasenstromes als vielmehr in einer Veränderung der Amplituden desselben äußert. Hierdurch tritt eine Schwebungsfrequenz des aufgenommenen Stromes ein. Erst im Gebiete größerer Tourenzahlen ($\sigma = 0{,}2 \div 0$) kommt auf eine mechanische Winkeldrehung um zwei Polteilungen auch fast eine Periode der Phasenspannung bzw. des Phasenstromes, weshalb der Strom innerhalb einer halben Periode bereits verzerrt wird und von der reinen Sinusform der aufgedrückten Spannung abweicht. Sein Effektivwert wird somit auch ein anderer als der einer Sinuskurve sein, was bei den vorigen Stromermittlungen nicht berücksichtigt ist. Auf diese Verhältnisse soll hier nicht mehr näher eingegangen werden und sie brauchen auch nicht mehr zu interessieren, da tatsächlich eine nennenswerte Verzerrung des Stromes erst bei sehr kleinem Schlupf auftritt, wo der aufgenommene Strom aber bereits klein ist. Die Rückwirkung auf die *EMK* und das Feld sind deshalb klein und im Gebiete kleinen Schlupfes, wie in der Einleitung bereits erwähnt wurde, nicht bedenklich, da diese mechanische Tourenzahl weit oberhalb des Synchronismuspunktes bremsender Oberfelder liegt, die durch die Stromverzerrung im induzierenden Feld entstehen können.

c) Es sollen noch einmal die Ergebnisse der Untersuchungen kurz zusammengefaßt werden. Die Oberfelder des magnetisierenden Feldes, die von der Inkonstanz des magnetischen Leitwertes während eines elektrischen Feldumlaufes herrühren, sind zu vernachlässigen, da sie zur Induzierung der Spannung nicht beitragen. Es entsteht in bezug auf den Käfig in erster Annäherung ein elliptisches Drehfeld, welches sich durch ein gleichwirkendes reines Drehfeld ersetzen läßt. Das Drehmoment dieses Drehfeldes schwankt im Verlauf eines elektrischen Feldumlaufes gegenüber dem Käfig zwischen einem Maximum und Minimum. Für den Anwurfvorgang ist das Maximum des Drehmomentes bei Stromschichtstellung $\zeta = 0$ maßgebend, für die Anlaufzeit das mittlere Drehmoment. Der Käfigamperewindungsbelag weist Grund- und Oberwellen auf, wovon die letzteren auf die Netzwicklung drehmomentbildend zurückwirken. Bei asynchronem Anlauf (motorischer Betrieb) üben die mit dem Käfig bzw. dem Grundfeld gleichläufigen Oberfelder ein bremsendes Drehmoment aus. Da die Netzwicklung sich gegenüber diesen Oberfeldern aber in großem Schlupfzustand befindet, ist das auftretende Drehmoment klein und braucht nicht berücksichtigt zu werden. Von den zum Käfig linksläufigen, d. h. dem Grundfeld inversen Oberfeldern wird ein auf die Welle mechanisch im Sinne des Grunddrehfeldes wirkendes Drehmoment im Verlauf von Stillstand bis Synchronismus des Oberfeldes ausgeübt. Nach dem Synchronismuspunkt des Oberfeldes kehrt sich die Wirkung um, das inverse Oberfeld wirkt dann mechanisch bremsend und hat sein maximales Moment kurz nach seinem Synchronismus zur Netzwicklung. Für Vollpolmaschinen (Tourboläufer) ist das Drehmoment des inversen Feldes erster Ordnung relativ groß und erzeugt kurz nach der halben synchronen Tourenzahl der Maschine ein verhältnismäßig großes negatives Moment. Bei Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen ist es ebenfalls vorhanden, aber beträchtlich kleiner. Bei der Beurteilung des aufgebrachten Momentes muß man also in Betracht ziehen, daß auf das mittlere Drehmoment der Maschine noch eventuell das negative Drehmoment dieser inversen Käfigoberfelder wirkt. Das resultierende Drehmoment kann kurz nach der synchronen Tourenzahl der Oberfelder, wenn diese groß sind, deshalb beträchtlich unter das mittlere vom elliptischen Drehfeld hervorgebrachte Drehmoment absinken. Dieses kann zum Hängenbleiben der Maschine führen, wenn die anzuwerfenden Massen groß sind und das resultierende positive Drehmoment nicht mehr zur Überwindung des widerstehenden Momentes ausreicht.

In Figur 20 sind der Deutlichkeit halber die für einen Feldumlauf des Drehfeldes in Betracht kommenden Zeiten stark auseinandergezogen worden. Die Drehmomente der höheren Ordnungszahlen der Käfigoberfelder sind meist relativ klein, und zwar wegen des kleinen Wickelfaktors der Netzwicklung gegenüber diesen Feldern und auch wegen der relativ großen Netzwicklungsreaktanz gegenüber der des Käfigs. Die Oberfelder der Ordnungszahlen 3—9 usw. wirken sich nur in geschlossenen Wicklungen  aus.

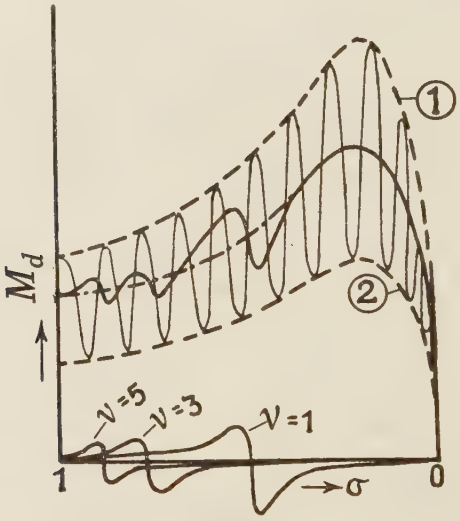


Bild 20.
Drehmomentverlauf eines polunterbrochenen Käfigs.
(1) maximales Drehmoment. (2) minimales Drehmoment.
—·—·— mittleres Drehmoment.
— resultierendes Drehmoment.

Abschließend sei noch erwähnt: Die abgeleiteten allgemeinen Drehmomentbeziehnungen des Abschnitts I (Gl. 50 bis 57) haben für alle asynchron anlaufenden Maschinen mit konzentrischem wie ungleichmäßigem Luftspalt Geltung, also für Asynchronmotore, Turboläufer, Synchronmaschinen und Einankerumformer. Die in den Kurven und Tabellen ausgerechneten Oberfelder des Käfiggrundstromes im Abschnitt II (Kurvenblätter 7 bis 10) gelten da-

gegen nur strenggenommen für Maschinen mit konzentrischem Luftspalt unter den Polen. Für Synchronmaschinen mit einem Luftspaltverlauf für sinusförmiges Erregerfeld (Gleichstromerregerfeld) müssen, falls man sich mit den vorigen auch für einen konstanten reduzierten Luftspalt angenähert gültigen Werten nicht begnügen will, die Oberfelder analog den Ableitungen (Gl. 62 und 63) berechnet oder graphisch ermittelt werden. Dabei ist statt der konstanten Luftspaltleitfähigkeit unter den Polen die jeweilige Leitwertfunktion des Luftspaltes für die in Frage kommende Polschuhform einzusetzen. Das gleiche gilt für die Magnetisierungsströme und die zugehörigen Kurvenblätter 13 u. 14.

IV. Teil.

Rechnungsbeispiel.

Anlaufkäfig eines Einankerumformers.

Maschinendaten:

Aufnahme: 6 Phasenstrom 209 Volt ⏝ / 50 Per. 750 U/min.
Abgabe: Gleichstrom 275 Volt 1100 KW.

Abmessungen:

Rotierender Teil mit Netzwicklung.

Ankerdurchmesser 920 mm.
Ankerlänge 300 mm : 260 mm Eisenlänge + Papier + 4 × 10 mm Luftschlitze.
Nutenzahl 84, Abmessungen 31/26 × 13,2.
Ankerwindungen gesamt 168; $a = 4$.
6 Ringe.

Polschuhe und Käfig.

Polzahl 8, Luftspalt konzentrisch 6 mm.
Polbedeckung $\gamma = 0{,}67$.
Nut 16 mm ∅, Stab 15 mm ∅, Material Messing (Leitwert 14).
Käfignutteilung 36,8 mm, Nutschlitz 4 mm, Steg 1 mm.
Pro Pol 6 Stäbe d. s. $N_{2\,\text{reell}} = 48$; $N_{2\,\text{id}} = 79$.
Käfigbedeckung $\gamma_x = 0{,}55$.
Kurzschlußringe 20 × 16 mm Kupfer.
Lasche 10 × 20 mm Kupfer.
Länge der Lasche 175 mm.

Das zum Anwurf aus dem Stillstand notwendige Drehmoment beträgt 85—90 mkg (Lager und Bürstenreibung). Im ersten Augen-

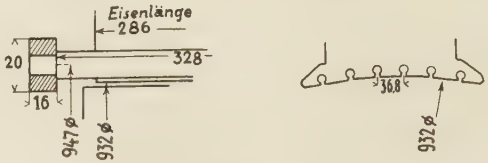


Bild 21.

blick ist nur die Reibung zu überwinden. Die erteilte Beschleunigung ist anfangs so gering, daß das dazu erforderliche Drehmoment Null gesetzt werden kann.

a) Bestimmung der notwendigen Anlaufspannung.

Reaktanz einer ⅄-Ersatzphase der Netzwicklung $x_1' = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\,\Omega$.
Ohmscher Widerstand „ „ „ $R_1 = 0{,}73 \cdot 10^{-3}\,\Omega$.
Käfigreaktanz und Widerstand, reduziert auf eine ⅄-Ersatzphase.

$$\lambda_n = 1{,}25\left(0{,}623 + \frac{1}{4}\right) = 1{,}09/\text{cm}.$$

$$\lambda_z = 1{,}25\,\frac{21{,}2 - 4}{6 \cdot 6} = 0{,}597/\text{cm}.$$

$$\lambda_{\text{Ringseg.}}\,\frac{0{,}72 \cdot 947}{79 \cdot 0{,}0243}\log\frac{2{,}4 \cdot 947}{36} = 64.$$

$$\sum l x \lambda x = 28{,}6 \cdot 1{,}69 + 64 = 112.$$

$$x_z' = \pi \cdot 50 \cdot 112\,\frac{4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 0{,}96^2}{48} \cdot 10^{-8} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega \quad (42)$$

$$x_B' = \pi \cdot 50 \cdot 17{,}5 \cdot 0{,}46\left[\log\frac{17{,}5}{1{,}6} - 0{,}2\right]\frac{3 \cdot 7^2 \cdot 0{,}96^2}{4} = 0{,}36 \cdot 10^{-3}\,\Omega \quad (43)$$

$$x_2' = 2{,}36 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

$$R_z' = \left[\frac{0{,}328}{14 \cdot 176} + \frac{2 \cdot 0{,}21 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 0{,}0243}\right]\frac{4 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 0{,}96^2}{48} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,\Omega \quad (27)$$

$$R_B' = \frac{0{,}175}{56{,}5 \cdot 200} \cdot \frac{3 \cdot 7^2 \cdot 0{,}96^2}{4} = 0{,}53 \cdot 10^{-3}\,\Omega \quad (39)$$

$$R_2' = 2{,}53 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

Für $\gamma_\varkappa = 0{,}55$ und $\zeta = 0^0$ ist $f_{e_0} = 0{,}93$ (Kurvenblatt 4).
Impedanz für die Stromschichtstellung $\zeta = 0$.

$$\begin{array}{ll} x_1' = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\ \Omega & R_1' = 0{,}73 \cdot 10^{-3}\ \Omega \\ \dfrac{x_2'}{f_{e_0}} = 2{,}54 \cdot 10^{-3}\ \Omega & \dfrac{R_2'}{f_{e_0}} = 2{,}72 \cdot 10^{-3}\ \Omega \\ \hline x_0 = 8{,}79 \cdot 10^{-3}\ \Omega & R_0 = 3{,}45 \cdot 10^{-3}\ \Omega \end{array}$$

$$Z_0 = \sqrt{x_0^2 + R_0^2} = 9{,}45 \cdot 10^{-3}\ \Omega. \tag{47}$$

Nach (51) ist der für 85 mkg Drehmoment notwendige Anlaufstrom:

$$J_{\varkappa_1} = \sqrt{\frac{M_d \cdot n}{m_1 (R_\varkappa + R_B') \cdot 0{,}975}} = \sqrt{\frac{85 \cdot 750 \cdot 10^3}{3 \cdot 2{,}53 \cdot 0{,}975}} = 2940 \text{ Amp.}$$

Notwendige Klemmenspannung für ⅄-Ersatz-Phase
$\sim 2940 \cdot 9{,}45 \cdot 10^{-3} = 28$ Volt.

Notwendige Klemmenspannung in 6-Phasenschaltung
pro ⚲ Phase $\sim 28 \cdot 2 = 56$ Volt.

Das Drehmoment erhöht sich um den Faktor $k_g' = 1{,}15$ (Gl. 56 a). Da jedoch infolge des massiven Joches (Flußverdrängung) der magnetisierende Strom größer als gerechnet sein wird, dürfte k_g' in Wirklichkeit zwischen 1 und 1,15 liegen und die notwendige Anlaufspannung für 85 bis 90 mkg ca. 56 Volt ⚲ betragen.

b) Drehmomentverlauf.

Es ist: f_{e_0} 0,93 (Kurvenblatt 4) $f_{m_{90}} = 0{,}235$ (Kurvenblatt 3)
$f_{e_{90}}$ 0,485 (Kurvenblatt 4) $f_{m_0} = 0{,}865$ (Kurvenblatt 3)
$f_{\overline{m}}$ 0,55 (Kurvenblatt 5)

$$x_2' = x_\varkappa' + x_B' = 2{,}0 \cdot 10^{-3} + 0{,}36 \cdot 10^{-3} = 2{,}36 \cdot 10^{-3}\ \Omega;$$
$$x_B' = 18\,\%\ \text{von}\ x_\varkappa'.$$
$$R_2' = R_\varkappa' + R_B' = 2{,}0 \cdot 10^{-3} + 0{,}53 \cdot 10^{-3} = 2{,}53 \cdot 10^{-3}\ \Omega;$$
$$R_B' = 26{,}4\,\%\ \text{von}\ R_\varkappa'.$$

$x_e' = 2{,}0 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-3} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\ \Omega$ (nach Kurvenblatt 6).
$R_e' = 2{,}0 \cdot 1{,}15 \cdot 10^{-3} = 2{,}3 \cdot 10^{-3}\ \Omega$ (nach Kurvenblatt 6).

Das mittlere Drehmoment berechnet sich nach (54); die Einzelwerte der Gleichung sind:

für σ	$= 1$	0,5	0,1
$\left\{x_1 + \frac{x_2'}{f_{e_0}}\right\}^2 + \left\{R_1 + \frac{R_2'}{\sigma f_{e_0}}\right\}^2$	$= 8{,}91$	11,54	$85{,}72 \cdot 10^{-5}$
$\frac{f_{\bar{m}}}{f_{m_0}}$	$= 0{,}636$	0,636	0,636
$\frac{x_2'^2 + \left(\frac{R_2'}{\sigma}\right)^2}{x_e'^2 + \left(\frac{R_e'}{\sigma}\right)^2}$	$= 1{,}17$	1,2	1,21
$\frac{m_1 \cdot R_e' \cdot 0{,}975}{n \cdot \sigma}$	$= 0{,}9$	1,8	$9{,}0 \cdot 10^{-5}$

Für $U = 62$ Volt ♀ Ph.
$= 31$ Volt ⅄ Ph.

wird $M_{d_{\text{mittel}}}$	72	114	77,5 mkg
$M_{d_{\max}}$ nach (51)	106	164	111 mkg
und $M_{d_{\min}}$ nach (52)	34	55	38 mkg
EMK_b nach (48)	12,2	17	29 Volt
EMK_a' nach (79/56)	14,9	19,3	25 Volt
EMK_b' nach (48/56)	11,5	15,4	22 Volt

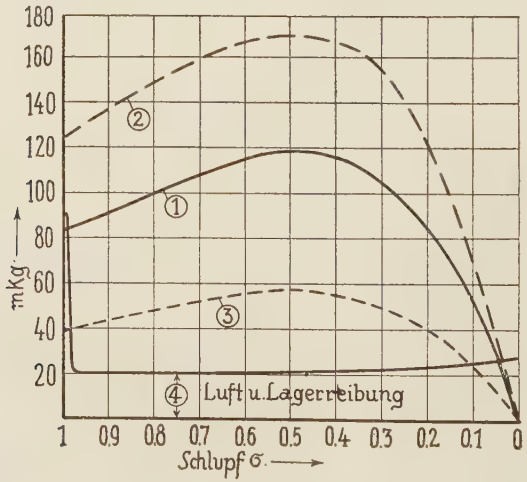


Bild 22.

nach (56 a) ergeben sich die Drehmomente:

$M_{de_{max}}$	(2)	122	170	72 mkg
$M_{de_{mittel}}$	(1)	83	118	51 mkg
$M_{de_{min}}$	(3)	39	57	25 mkg

Verlauf der Drehmomente siehe Bild 22.

Anlaufzeit.

GD^2 des rotierenden Teiles 1350 m^2 kg.

Die Anlaufzeit von Stillstand bis $\sigma = 0{,}067$ ergibt sich:

$$t_{\sigma_1 - \sigma_{0,067}} = GD^2 \cdot \frac{\pi \cdot 700}{40 \cdot 30} \frac{1}{c} \int_{0\,(\sigma_1)}^{c\,(\sigma_{0,067})} \frac{1}{M_{dA}}\, dx = 36 \text{ sec}.$$

M_{dA} ist das beschleunigende Drehmoment **(1) — (4)**.

c) Die Käfigoberfelder und ihr Drehmoment.

Reduzierter Luftspalt unter den Hauptpolen $6 \times 1{,}14 = 6{,}85$ mm.
Reduzierter Luftspalt unter den Wendepolen ~ 43 mm.
Magnetisches Widerstandsverhältnis $\frac{\text{Hauptpolluftspalt}}{\text{Wendepolluftspalt}} =$

$$= \frac{1}{\varrho} = \frac{6{,}85}{43} \sim 0{,}16.$$

Die vom Käfig ausgehenden in Achse I und II pulsierenden Proportionalwerte der Feldamplituden sind im vorliegenden Fall $\gamma_\varkappa = 0{,}55$ für die einzelnen Ordnungszahlen:

ν	a_ν'	a_ν''		
1	$+0{,}37$	$+0{,}37$	$+0{,}16 \cdot 0{,}99 = +0{,}53$	(Kurvenblatt 7)
3	$-0{,}19$	$+0{,}57$	$-0{,}16 \cdot 0{,}43 = +0{,}5$	(Kurvenblatt 8)
5	$+0{,}015$	$+0{,}007$	$-0{,}16 \cdot 0{,}012 = +0{,}005$	(Kurvenblatt 9)
7	$+0{,}032$	$-0{,}225$	$+0{,}16 \cdot 0{,}215 = -0{,}181$	(Kurvenblatt 10)

Für Stromschichtstellung $\zeta = 90^0$ ist die Bügelimpedanz Null und die Werte a_ν' erhöhen sich nach (59) um den Faktor k.

$$k = \sqrt{\frac{2{,}36^2 + \left(2{,}53 \cdot \frac{1}{\sigma}\right)^2}{2^2 + \left(2 \cdot \frac{1}{\sigma}\right)^2}} = \begin{matrix} 1{,}22 & \text{für } \sigma = 1 \\ 1{,}245 & \text{für } \sigma = 0{,}5 \\ 1{,}26 & \text{für } \sigma = 0{,}3 \end{matrix} .$$

Demnach wird für die Nähe des Synchronismuspunktes des Oberfeldes:

ν	σ	k	$a_\nu' \cdot k$	a_ν''
1	0,47	1,25	+0,462	+0,53
3	0,73	1,23	−0,234	+0,5
	(0,5	1,25	−0,238	+0,5)
5	0,82	1,23	+0,0185	+0,005
7	0,86	1,23	+0,0394	−0,181

Hieraus ergeben sich (Gl. 64—65) die mit dem induzierenden Grunddrehfeld gleichsinnig drehenden Proportionalwerte der Käfigfelder Fr sowie die dazu inversen Felder Fl:

ν	σ	Fr	Fl	$Fr\,\%$	$Fl\,\%$
1	0,46	+0,496	+0,034	100	6,9
3	0,73	+0,133	+0,367	27	74
	0,5	+0,131	+0,369	26,5	74,5
5	0,82	+0,0117	−0,0068	2,4	1,4
7	0,86	−0,0708	−0,11	14	22

Für das inverse Feld erster Ordnung tritt das Drehmomentmaximum auf beim Oberfeldschlupf

$$\sigma_\nu = (\pm) \frac{0{,}73}{\sqrt{\left(\frac{2{,}72}{0{,}47}\right)^2 + 8{,}79^2}} = (\pm)\,0{,}07 . \tag{75}$$

Der Grunddrehfeldschlupf ist

$$\sigma = -0{,}07\left[1 - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2} = 0{,}47 . \tag{72}$$

$$M_{d_1} = \frac{31^2 \cdot \frac{0{,}55}{0{,}865} \cdot 0{,}069^2}{8{,}79^2 + \left\{-\frac{0{,}73}{0{,}07} + \frac{2{,}72}{0{,}47}\right\}^2} \cdot \cdot 1{,}2 \cdot \frac{3 \cdot 7{,}3 \cdot 0{,}975 \cdot 10^2}{-0{,}07 \cdot 750} = -1{,}4\,\text{mkg} \tag{73}$$

Käfigoberfeld dritter Ordnung.

Maximum bei

$$\sigma_\nu = (\pm)\ \frac{0{,}73 \cdot \dfrac{0{,}96}{0{,}64}}{\sqrt{\left\{\dfrac{2{,}72}{0{,}73}\right\}^2 + \left\{2{,}54 + 6{,}25\,\dfrac{0{,}96}{0{,}64}\right\}^2}} = (\pm)\ 0{,}088.$$

$$\sigma = -\,0{,}088\left[1 - \frac{3}{4}\right] + \frac{3}{4} = 0{,}73.$$

$$M_{d_3} = \frac{31^2\,\dfrac{0{,}55}{0{,}865}\left(\dfrac{0{,}74}{3}\right)^2}{\{9{,}4 + 2{,}54\}^2 + \left\{\dfrac{-1{,}1}{0{,}088} + \dfrac{2{,}72}{0{,}73}\right\}^2} \cdot$$

$$\cdot 1{,}18\,\frac{3 \cdot 7{,}3 \cdot 0{,}975 \cdot 3 \cdot 10^2}{-0{,}088 \cdot 750} = -19\ \text{mkg}.$$

Bei $\sigma = 0{,}5$, $\sigma_\nu = -1$ ist das Drehmoment bereits gefallen auf $-2{,}4$ mkg.

Käfigoberfeld fünfter Ordnung.

Maximum bei

$$\sigma_\nu = (\pm)\ \frac{0{,}73 \cdot \dfrac{0{,}96}{0{,}195}}{\sqrt{\left\{\dfrac{2{,}72}{0{,}81}\right\}^2 + \left\{2{,}54 + 6{,}25\,\dfrac{0{,}96}{0{,}195}\right\}^2}} = (\pm)\ 0{,}107.$$

$$\sigma = -\,0{,}107\left[1 - \frac{5}{6}\right] + \frac{5}{6} = 0{,}814.$$

Das Oberfelddrehmoment ist ~ 0.

Käfigoberfeld siebenter Ordnung.

Maximum bei

$$\sigma_\nu = (\pm)\ \frac{0{,}73\,\dfrac{0{,}96}{-\,0{,}137}}{\sqrt{\left\{\dfrac{2{,}72}{0{,}86}\right\}^2 + \left\{2{,}54 - 6{,}25\,\dfrac{0{,}96}{0{,}137}\right\}^2}} = (\mp)\ 0{,}123.$$

$$\sigma = -0{,}123\left[1-\frac{7}{8}\right]+\frac{7}{8} = 0{,}86.$$

$$M_{d_7} = \frac{31^2 \cdot \frac{0{,}55}{0{,}865}\cdot\left(\frac{0{,}22}{7}\right)^2}{\{-44+2{,}54\}^2+\left\{\frac{5{,}1}{0{,}123}+\frac{2{,}72}{0{,}86}\right\}^2}\cdot$$

$$\cdot\, 1{,}18\cdot\frac{3\cdot 7{,}3\cdot 0{,}0975\cdot 7\cdot 10^2}{-0{,}123\cdot 750} = -0{,}031\,\text{mkg}.$$

Die Drehmomentmaxima der Käfigoberfelder sind gegenüber dem mittleren Drehmoment des Grunddrehfeldes gering und können praktisch vernachlässigt werden.

d) Anlaufströme.

Der Zuleitungsstrom berechnet sich aus der Differenz der Phasenströme zweier aneinanderstoßender Phasen der 6-Phasenwicklung. Phase 1 soll gerade mit ihrer Windungsebene in die Käfighauptachse fallen, also den Maximalstrom führen.

Die Impedanz für die Achse I entspricht den Werten:

$$Z_0 = 9{,}45\cdot 10^{-3}\,\Omega$$

und die zugehörige Käfigimpedanz

$$Z_{x_0} = 3{,}72\cdot 10^{-3}\,\Omega$$
$$\cos\psi = 0{,}722.$$

Die anstoßende Phase findet 60° verschobene Käfigwerte vor für $\zeta = 60^0$ $f_{e_{60}} = 0{,}63$ (Kurvenblatt 2).

$x_x' = 2{,}00\cdot 10^{-3}\,\Omega$	$R_x' = 2{,}00\cdot 10^{-3}\,\Omega$
$x_B' \cos 60 = 0{,}18\cdot 10^{-3}$ „	$R_B' \cos 60 = 0{,}27\cdot 10^{-3}$ „
$x_{60}' = 2{,}18\cdot 10^{-3}\,\Omega$	$R_{60} = 2{,}25\cdot 10^{-3}\,\Omega$
$\frac{x_{60}'}{0{,}63} = 3{,}46\cdot 10^{-3}\,\Omega$	$\frac{R_{60}'}{0{,}63} = 3{,}60\cdot 10^{-3}\,\Omega$
$x_1 = 6{,}25\cdot 10^{-3}$ „	$R_1 = 0{,}73\cdot 10^{-3}$ „
$x_{60} = 9{,}71\cdot 10^{-3}\,\Omega$	$R_{60} = 4{,}33\cdot 10^{-3}\,\Omega$

Phasenimpedanz für eine gegen Achse I um 60° verschobene Phase 2 ist

$$Z_{60} = 10{,}6\cdot 10^{-3}\,\Omega \text{ und } Z_{x_{60}} = 5{,}0\cdot 10^{-3}\,\Omega$$
$$\cos\psi = 0{,}72.$$

Für die Bestimmung des Magnetisierungsstromes aus dem Luftspaltfeld bzw. der diesem entsprechenden EMK brauchen wir noch die Impedanzwerte für Achse II. Für $\zeta = 90^0$ ist $f_{e_{90}} = 0{,}49$ (Kurvenblatt 3).

$$\frac{x_x'}{0{,}49} = 4{,}10 \cdot 10^{-3}\,\Omega \qquad \frac{R_x'}{0{,}49} = 4{,}10 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

$$x_1 = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\,\text{„} \qquad R_1 = 0{,}73 \cdot 10^{-3}\,\text{„}$$

$$x_{90} = 10{,}35 \cdot 10^{-3}\,\Omega \qquad R_{90} = 4{,}83 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

Phasenimpedanz für Achse II

$$Z_{90} = 11{,}4 \cdot 10^{-3}\,\Omega \text{ und } Z_{x_{90}} = 5{,}78 \cdot 10^{-3}\,\Omega$$

$$\cos\psi = 0{,}71.$$

Die aufgenommenen Käfigströme für 62 Volt Durchmesserspannung entsprechend 31 Volt $\perp$-Ersatzphasenspannung sind:

$$\text{für Achse I } J_{x_0} = \frac{31 \cdot 10^3}{9{,}45} = 3280 \text{ Amp. (Phase 1)} \tag{81}$$

$$\text{für Achse II } J_{x_{90}} = \frac{31 \cdot 10^3}{11{,}4} = 2720 \text{ Amp.} \tag{82}$$

Bei Lage der Phase in einer gegenüber I um 60^0 verschobenen Achse (Phase 2) tritt ein Strom auf $J_{x_{60}} = \frac{31 \cdot 10^3}{10{,}6} = 2930$ Amp.

Die das Luftspaltfeld bestimmende EMK ist ein Minimum bei Stellung der Stromschicht in Achse I und ist

$$EMK_b = 3280 \cdot 3{,}72 \cdot 10^{-3} = 12{,}2 \text{ Volt.} \tag{78}$$

90 elektrische Grade später ist das Feld im Maximum und die entsprechende EMK_a ist $2720 \cdot 5{,}78 = 10^{-3} = 15{,}7$ Volt. (79)

Wir sehen die Werte EMK_a und EMK_b in erster Annäherung als Halbachsen einer Ellipse an. Der Magnetisierungsstrom der Phase 1 bestimmt sich aus dem in Achse II herrschenden Feld, das der $EMK_b = 12{,}2$ Volt entspricht. Der Magnetisierungsstrom der anstoßenden Phase 2 richtet sich nach dem Feld, das gegenüber dem der Achse II 60^0 verschoben ist.

Es ist ein um einen Winkel δ gegenüber der kleinen Achse b verschobener Radiusvektor v einer Ellipse mit den Halbachsen a u. b:

$$v = \sqrt{\frac{a^2 \cdot b^2}{\left(\frac{a}{\operatorname{tg}\delta}\right)^2 + b^2}} \cdot \frac{1}{\sin\delta}.$$

Für die Phase 2 wird demnach die zugehörige EMK:

$$EMK_2 = \sqrt{\frac{15{,}7^2 \cdot 12{,}2^2}{\left(\frac{15 \cdot 7}{\operatorname{tg} 60}\right)^2 + 12{,}2^2}} \cdot \frac{1}{\sin 60} = 14{,}6 \text{ Volt}.$$

Es berechnen sich die zu den Phasen 1 u. 2 gehörigen Erregerströme:

Phase 1.	Phase 2.
Parallele Drahtzahl pro ⊥-Ersatzphase 14	
$\Phi_1 = \frac{12{,}2 \cdot 10^8}{2{,}22 \cdot 50 \cdot 0{,}96 \cdot 14} =$	$\Phi_2 = 0{,}82 \cdot \frac{14{,}6}{12{,}2} =$
$= 0{,}82 \cdot 10^6$;	$= 0{,}98 \cdot 10^6$ Maxwell;
$\mathfrak{B}_{l_1} = \frac{0{,}82 \cdot 10^6 \cdot 4}{92 \cdot 26} = 1370$.	$\mathfrak{B}_{l_2} = 1370 \cdot \frac{0{,}98}{0{,}82} = 1640$ Gauß.
AW pro Pol bei $\gamma = 1$ und reduziertem Luftspalt von 6,85 mm	
$0{,}8 \cdot 1370 \cdot 0{,}685 = 750$.	$750 \cdot \frac{1640}{1370} = 900$ AW.

Nach Kurvenblatt 13/14 fällt bei $\gamma = 0{,}67$ die Feldamplitude erster Ordnung einer konstant gehaltenen Erregung infolge der Pollücke auf:

In Achse II.	In Achse I.
$\Phi_1'' = A \cdot \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{6{,}2} \cdot 0{,}95 + 0{,}62\right] =$	$\Phi_1' = A \cdot \frac{2}{\pi}\left[\frac{2}{6{,}2} \cdot 0{,}05 + 1{,}47\right] =$
$= A \cdot 0{,}49$.	$= A \cdot 0{,}95$.

Nimmt man in erster Annäherung zur Vereinfachung den Übergang von Φ_1' in Φ_1'' auf dem Wege von I nach II elliptisch an, so wird der für Phase 2 in Betracht kommende Wert $\Phi_{1_{60}}'$ aus vorhergehender Ellipsenbeziehung und einer Ellipse mit den Halbachsen Φ_1' und Φ_1'' gefunden. δ ist 60^0 und es ergibt sich $\Phi_{1_{60}}' = 0{,}74$.

Die Magnetisierungsströme sind:

In Phase 1.

$$i_{\mu_1} = \frac{750}{0{,}49} \cdot \frac{8}{1{,}35 \cdot 0{,}96 \cdot 14} =$$

$$= 675 \text{ Amp.} \qquad (86)$$

Käfigstrom der Phase 1
3280 Amp.

Phasenverschiebung zwischen Käfigstrom und EMK

$$\cos \varphi = 0{,}722 .$$

Phasenstrom J_1 ist

$$3280 \measuredangle 675 = 3780 \text{ Amp.}$$

In Phase 2.

$$i_{\mu_2} = \frac{900}{0{,}74} \cdot \frac{8}{1{,}35 \cdot 0{,}96 \cdot 14}$$

$$= 540 \text{ Amp.} \qquad (85)$$

Käfigstrom der Phase 2
2930 Amp.

$$\cos \varphi = 0{,}72 .$$

Phasenstrom J_2 ist

$$3290 \measuredangle 540 = 3340 \text{ Amp.}$$

Der Zuleitungsstrom einer 6-Phasengleichstromwicklung bestimmt sich aus den berechneten Phasenströmen J_1 und J_2 nach: $\sqrt{J_1^2 + J_2^2 - J_1 \cdot J_2}$ und ist im vorliegenden Fall 3600 Amp. als Sternersatzphasenstrom gerechnet. Der tatsächliche Zuleitungsstrom bei 6-Phasenspeisung ist $\frac{J \perp}{2} = 1800$ Amp. Schleifringstrom.

Befindet sich die Phase 1 mit ihrer Windungsebene in Achse II, so ergibt sich der auf gleiche Weise errechnete Zuleitungsstrom bei 6-Phasenspeisung zu 1690 Amp.

Besitzt der induzierte Teil der Maschine (Polsystem) noch eine geschlossene Erregerwicklung oder andere induzierte Kurzschlußkreise (massives Eisen-, Niet- oder Schraubverbindungen usw.), so erhöht sich der aufgenommene Strom entsprechend. Deshalb liegen die gemessenen Ströme, sofern nicht der ganze magnetische Kreis lamelliert ausgeführt ist und Schrauben und Nieten nicht isoliert werden, meist etwas über dem theoretisch ermittelten Zuleitungsstrom.

e) Zusammenstellung der Rechnungs- und Meßwerte.

Kleinste zum Anwurf der Maschine notwendige Spannung.

Anwurfspannung gerechnet Volt	Anwurfspannung gemessen Volt
56	58,5

Nachrechnung des mittleren Drehmoments im Verlauf des Anlaufvorganges durch Berechnung der Anlaufzeit.

Anlaufzeit gerechnet	bei Volt	Anlaufzeit gemessen	bei Volt
36 Sek.	62	32 Sek.	62

Nachrechnung der Anlaufströme.

Anlaufspannung Volt	Anlaufstrom gerechnet max. Amp.	Anlaufstrom gemessen max. ca. Amp.
62	1800	2030

Bei mehreren anderen Maschinen konnte ähnlich gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung festgestellt werden.

Herrn Professor Dr.-Ing. Hilpert spreche ich für seine Anregung zu vorliegender Arbeit und insbesondere für das Interesse, welches er ihr entgegengebracht hat, meinen ergebensten Dank aus. Gleichzeitig möchte ich auch Herrn Privatdozent Dr.-Ing. Schammel für das Interesse danken, das er an der Arbeit genommen hat.

Literatur.

Arnold V Kap. 4—13.
— V Kap. 16 § 88 und III Kap. 1—4.
— V (I) 2. Kap. 14; 3. Kap. 10.
— I: Theorie der Wechselströme 23. Kap. 145.
— V (I) 4. Kap. 12, 13, 14.
— V (I) 9. Kap. 41.
Siehe auch in dem Text verzeichnete Literatur.

Literatur über asynchronen Anlauf.

Dreyfuß, L., Das Feld im Luftraum beim asynchronen Anlauf synchroner Maschinen. Arch. Bd. 7 S. 57/379.
Dreyfuß, L., Das asynchrone Anlaufmoment der Synchronmaschine. Arch. Bd. 9 S. 35.
Gewecke, I., Experimentelle Untersuchungen an einem Synchronmotor für hochbelasteten Anlauf. ETZ. 1921 S. 1217.

Lebenslauf.

Am 14. April 1902 wurde ich in Gleiwitz (Oberschlesien) geboren. Dort besuchte ich Elementarschule und Gymnasium. Dieses verließ ich Ostern 1922 mit dem Reifezeugnis. Von Ostern 1922 ab studierte ich an der Universität zu Breslau und das Sommersemester 1923 an der Technischen Hochschule zu Danzig. Vom Wintersemester 1923 ab besuchte ich die Technische Hochschule zu Breslau, wo ich das Vorexamen und November 1926 das Diplomexamen in der Fachrichtung Elektrotechnik bestand. Vom 15. November 1926 ab war ich im Drehstrom-Berechnungsbüro der Poege E.A.G. Chemnitz beschäftigt. Am 1. Dezember 1927 gab ich diese Tätigkeit auf und trat gleichzeitig bei den Siemens-Schuckert-Werken Berlin ein, wo ich zur Zeit im Gleichstrom-Rechnungsbüro noch tätig bin.

Berlin-Charlottenburg, im Oktober 1931.